



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ-2

Робоча програма кредитного модуля (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Машинне навчання та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен/МКР,РР,колоквіум</i>
Розклад занять	<i>лекція – 3 год. на тиждень, практичні – 4 год. на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектори: <i>Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com</i> Практичні: <i>Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com</i> <i>Даниленко Кірілл Артурович, k.a.danylenko@gmail.com</i>
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019J805ELD

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Математичний аналіз» є базовим курсом при підготовці фахівців з прикладної математики та науки про дані.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «113 Прикладна математика», формування світогляду на математичний аналіз як на фундаментальну науку.

Предметом вивчення дисципліни є математичні поняття та методи диференціального та інтегрального числення функції однієї та багатьох змінних і теорії рядів.

Після засвоєння кредитного модуля «Математичний аналіз – 2» студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

компетентності

- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;

знання:

- теорії границь функцій багатьох змінних;
- диференціального числення функцій багатьох змінних і основних властивості диференційованих функцій, важливі для чисельних методів;
- теорії інтегралів Рімана та їх застосування в прикладних задачах;
- теорії невластивих інтегралів;

уміння:

- обчислювати визначені інтеграли від функції однієї змінної і вміти застосовувати їх до обчислення площ, об'ємів та поверхонь тіл обертання;
- досліджувати невластні інтеграли від функції однієї змінної на збіжність і обчислювати їх;
- знаходити частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних, в т. ч. функцій заданих неявно та системою рівнянь;
- знаходити розвинення функцій багатьох змінних за формулою Тейлора;
- досліджувати на збіжність числові та функціональні ряди, знаходити область та радіус збіжності степеневих рядів;

навички:

- диференціювання функцій декількох дійсних змінних;
- представлення функцій у вигляді степеневих рядів;
- обчислення границь функцій багатьох змінних;
- дослідження рядів на збіжність;

досвід:

- обчислення границь та диференціювання функцій багатьох змінних;
- обчислення інтегралів Рімана та невластних інтегралів;
- дослідження рядів на збіжність.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Математичний аналіз» вивчається на 1 курсі в осінньому та весняному семестрі та 2 курсі в осінньому семестрі та забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Диференціальні рівняння
- Чисельні методи
- Функціональний аналіз

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль 2. Інтегральне числення

РОЗДІЛ 1 ІНТЕГРАЛ РІМАНА ТА НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ

- | | |
|----------|---|
| Тема 1.1 | Визначення інтегралу Рімана. |
| Тема 1.2 | Властивості інтегралу Рімана |
| Тема 1.3 | Інтеграл як функція верхньої межі |
| Тема 1.4 | Застосування визначеного інтегралу |
| Тема 1.5 | Визначення та властивості невластних інтегралів |
| Тема 1.6 | Збіжність невластних інтегралів |

РОЗДІЛ 2 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ ТА ЧИСЛОВІ РЯДИ

- | | |
|----------|---|
| Тема 2.1 | Простір R^n та важливі класи його підмножин |
| Тема 2.2 | Границя та неперервність функції багатьох змінних |
| Тема 2.3 | Диференціювання функції багатьох змінних |
| Тема 2.4 | Екстремуми функції багатьох змінних |
| Тема 2.5 | Основні властивості збіжних рядів |
| Тема 2.6 | Числові ряди з додатними елементами |
| Тема 2.7 | Знакозмінні ряди |

РОЗДІЛ 3 ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ ТА ІНТЕГРАЛИ, ЗАЛЕЖНІ ВІД ПАРАМЕТРУ

- | | |
|-----------|--|
| Тема 3.1 | Збіжність та рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів |
| Тема 3.2 | Властивості рівномірно збіжних послідовностей і рядів |
| Тема 3.3 | Степеневі ряди |
| Тема 3.4 | Рівномірна збіжність сім'ї функцій за параметром. Властивості інтегралів залежних від параметру. |
| Тема 3.5. | Невластні інтеграли, залежні від параметру |

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Чертов О.Р. Математичний аналіз для програмістів. – К.: Промені, 2005. – 280 с.
2. Дзядик В.К. Математичний аналіз. – К.:Вища школа, 1995. – 495 с.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.
4. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2. – К.: Либідь, 1994. – 304 с.

Допоміжна література

5. Дрогомирецька Х.Т., Каленюк П.І., Клапчук М.І., Понеділок Г.В. Математичний аналіз функцій дійсної змінної. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 589 с.
6. Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 2. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 399 с.
7. Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 1. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 334 с.
8. Радченко О.М. Математичний аналіз. Частина 1: Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: ТВіМС, 1999. – 152 с.
9. Радченко О.М. Математичний аналіз. Частина 2: Ряди та інтеграли з параметром. Функції декількох змінних. – К.: ТВіМС, 2000. – 224 с.

Матеріали курсу представлені в <https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019J805ELD>, <http://login.kpi.ua>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Кредитний модуль «Математичний аналіз – 2»

Лекційні заняття

1 Інтеграл та інтегральні суми.

Інтегральні суми Рімана. Інтеграл Рімана. Інтегральні суми Дарбу та їх властивості. Необхідна та достатня умова інтегрованості. Інтегрованість неперервної та монотонної функції. Теорема Лебега.

2 Основні властивості інтеграла Рімана.

Лінійність інтеграла. Інтегрування добутку. Адитивність інтеграла. Інтегрування нерівностей та оцінка модуля інтеграла. Теорема про середнє значення.

3 Інтеграл як функція верхньої межі.

Поняття інтегралу із змінною верхньою межею. Його основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Гладка та кусково-гладка функція. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца. Заміна інтегрованої функції. Інтегрування частинами та заміна змінних в інтегралі Рімана.

4 Обчислення довжини кривої

Поняття простої та параметричної кривої. Розбиття кривої. Спрямлювана крива. Довжина кривої. Коректність визначення довжини кривої. Знаходження довжини дуги кривої.

5 Знаходження площі плоскої фігури.

Внутрішня, зовнішня, межева точки множини. Плоска фігура. Багатокутник. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.

6 Жорданові фігури. Властивості міри Жордана

Міра Жордана фігури. Критерій жордановості фігури. Жордановість плоскої фігури. Площа плоскої фігури. Площа простої кривої. Адитивність міри за Жорданом. Площа об'єднання, перетину та різниці.

7 Поняття про невластні інтеграли.

Визначення невластних інтегралів першого та другого роду. Поняття збіжності невластних інтегралів. Властивості невластних інтегралів.

8 Дослідження невластних інтегралів на збіжність.

Критерій Коші збіжності невластного інтеграла. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Ознака порівняння. Ознака Абеля-Діріхле.

9 Простір $\mathcal{H}$.

Евклідов та нормований простір. Метрика та метричний простір. Відкриті та замкнені множини, їх властивості. Критерій замкненості множини. Поняття неперервної кривої.

10 Границя та неперервність функції багатьох змінних.

Границя послідовності точок n -вимірного простору. Покоординатна збіжність. Критерій Коші збіжності. Границя функції багатьох змінних. Арифметичні властивості границь. Повторні границі. Рівність повторних границь. Неперервність функції багатьох змінних в точці та на множині.

11 Похідна та диференціал функції багатьох змінних.

Частинна похідна функції багатьох змінних в точці. Диференційована функція. Зв'язок диференційованості та існування частинних похідних. Достатні умови диференційованості. Диференціал функції багатьох змінних. Арифметичні властивості диференційованих функцій. Диференціювання композиції відображень. Інваріантність першого диференціала.

12 Похідні та диференціали вищих порядків.

Частинні похідні вищих порядків. Незалежність частинних похідних вищих порядків від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків.

13 Формула Тейлора.

Формула Тейлора. Поняття похідної за напрямком та градієнта функції багатьох змінних.

14 Поняття локального екстремуму та умови його існування.

Визначення локального максимуму та локального мінімуму. Узагальнена теорема Ферма. Поняття стаціонарної точки. Достатня умова строгого локального екстремуму.

15 неявно задана функція багатьох змінних.

Поняття неявно заданої функції багатьох змінних. Умови існування та диференційованості неявно заданої функції.

16 Умовний екстремум.

Визначник Якобі. Поняття умовного екстремуму. Метод виключення частини змінних. Метод множників Лагранжа. Достатні умови існування умовного екстремуму

17 Базові поняття про числові ряди. Збіжність рядів.

Визначення ряду та часткової суми ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Необхідна умова збіжності ряду. Арифметичні властивості збіжних рядів. Збіжність залишку ряду. Критерій Коші збіжності числового ряду.

18 Ознаки збіжності знакосталих рядів.

Критерій збіжності ряду з додатними елементами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Поняття абсолютної збіжності знакозмінного ряду.

19 Умовно збіжні знакозмінні ряди

Поняття умовно збіжного знакозмінного ряду. Теорема Лейбніца. Теорема Коші про перестановку елементів абсолютно збіжного ряду. Теорема Рімана про перестановку елементів умовно збіжного ряду. Тотожність та нерівність Абеля. Ознаки Абеля та Діріхле.

20 Функціональні ряди. Степеневі ряди.

Збіжність та рівномірна збіжність функціонального ряду. Властивості рівномірно збіжних степеневих рядів. Степеневі ряди та їх властивості.

21 Власні інтеграли, що залежать від параметру.

Поняття власного інтегралу, який залежить від параметру. Властивості неперервності, диференційованості та інтегрованості власного інтегралу, який залежить від параметру

22 Невласні інтеграли, що залежать від параметру. Інтеграли Ейлера.

Поняття невластного інтегралу, який залежить від параметру. Рівномірна збіжність невластного інтегралу, який залежить від параметру. Властивості неперервності, диференційованості та інтегрованості невластного інтегралу, який залежить від параметру. Гама та бета функції Ейлера.

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення студентами на практиці знань, отриманих ними під час лекцій та самостійної роботи.

Для цього треба відпрацювати такі теми:

1 Повторення невизначеного інтегрування-1.

Інтегрування внесенням під знак інтегралу та частинами. Інтегрування раціональних функцій.

2 Повторення невизначеного інтегрування-2.

Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегровані типи ірраціональностей.

3 Побудова графіків функцій, заданих параметрично-1.

4 Побудова графіків функцій, заданих параметрично-2.

5 Побудова графіків функцій, заданих в полярній системі. Контрольна робота №1.

6 Визначений інтеграл.

Побудова інтеграла Рімана. Основні властивості. Особливості обчислення визначених інтегралів. Інтеграл як функція верхньої межі

7 Знаходження довжини кривої.

Обчислення довжини кривої, заданої явним та параметричним чином. Обчислення довжини кривої, заданої в полярній системі координат

8 Обчислення площі плоскої фігури.

Обчислення площі фігури із явно заданою межею. Обчислення площі фігури із параметрично заданою межею. Обчислення площі фігури із межею, заданою в полярній системі координат

9 Знаходження площі поверхні та об'єму тіла обертання.

Обчислення площ поверхонь та об'ємів тіл обертання

10 Невласні інтеграли 1 роду-1.

Означення невластного інтегралу 1 роду. Дослідження на абсолютну збіжність.

11 Невласні інтеграли 1 роду-2.

Дослідження на умовну збіжність. Інтеграл у розумінні головного значення

12 Невласні інтеграли 2 роду.

Означення невластного інтегралу 2 роду. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність. Інтеграл у розумінні головного значення

13 Контрольна робота №2

- 14 **Границя функції багатьох змінних.**
Методи знаходження гранці функції багатьох змінних. Повторні границі.
- 15 **Неперервність функції багатьох змінних.**
Дослідження на неперервність за сукупністю змінних та по кожній окремо
- 16 **Похідна функції багатьох змінних**
Частинні похідні першого порядків. Повний диференціал.
- 17 **Похідні вищих порядків та диференціювання складної функції.**
Обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Обчислення похідних та диференціалів складних функцій.
- 18 **Формула Тейлора функції багатьох змінних.**
- 19 **Локальний екстремум функції багатьох змінних.**
- 20 **Умовний екстремум функції багатьох змінних-.**
Метод Лагранжа. Метод виключення змінних
- 21 **Колоквіум**
- 22 **Диференціювання функцій, які задані неявно, та знаходження їх екстремумів.**
Контрольна робота №3
- 23 **Числові ряди.**
Числовий ряд. Дослідження на збіжність за означенням
- 24 **Дослідження знакосталих рядів на збіжність.**
- 25 **Дослідження знакозмінних рядів на збіжність.**
- 26 **Збіжність та рівномірна збіжність функціональних послідовностей.**
- 27 **Рівномірна збіжність функціональних рядів.**
- 28 **Степеневі ряди. Властивості рівномірно збіжних степеневих рядів.**
- 29 **Власні інтеграли, що залежать від параметру**
- 30 **Невласні інтеграли, що залежать від параметру. Інтеграли Ейлера**

На початку кожного практичного заняття перевіряється і аналізується домашнє завдання.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться:

- підготовка до аудиторних занять – систематично до 2 годин на заняття з урахуванням повторення лекційного матеріалу;
- підготовка до контрольної роботи – до 4 годин самостійної роботи;
- підготовка до екзамену – до 10 годин самостійної роботи;
- самостійно ознайомитися з темами: еліптичні та гіпереліптичні інтеграли, інтеграл Стільтьєса, нестандартні метрики у багатовимірних просторах, ознаки Раабе та Гауса збіжності числових рядів – до 10 годин СРС (кредитний модуль 2).

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- систематичне відвідування занять (як лекцій, так і, особливо, практичних);
- за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати до 0,4 балів.;
- заохочувальні бали нараховуються за відповіді на запитання лектора до загальної аудиторії, за знаходження помилок та описок у лекціях, за задавання питань, які свідчать про вдумливу роботу студента із навчальним матеріалом;
- у випадку недостатньої кількості балів, що набрані за семестр, для допуску до екзамену, дається декілька завдань, для досягнення допуску;
- за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали, за списування на екзамені студент усувається із аудиторії.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, колоквіум, МКР, розрахункова робота.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: екзамен

Умови допуску до семестрового контролю: виконання розрахункової роботи / семестровий рейтинг не менше ніж 25 балів.

Рейтинг студента з кредитного модуля «Математичний аналіз-2» складається з балів, що він отримує:

- 1) за виконання розрахункової роботи;
- 2) за три контрольні роботи (одна з МКР має тривалість у дві академічні години, а інша – складається з двох контрольних робіт тривалістю по одній академічній годині);
- 3) за відповіді на колоквіумі
- 4) за роботу на практичних заняттях;
- 5) за відповідь на екзамені
- 6) як заохочувальні за виконання творчих чи оригінальних робіт з дисципліни.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Бали за відповідь на колоквіумі

Відповідь студента на колоквіумі складається з відповіді на одне письмове запитання та відповідей на усні питання.

За відповідь на письмове запитання студент отримує максимум 8 балів.

За відповіді на усні питання – максимум 7 балів.

Максимальна кількість балів за відповідь на колоквіумі:

*8 балів + 7 балів = **15 балів.***

За відповідь на письмове запитання студент отримує:

6-8 – наведено повну та правильну відповідь на поставлене питання, або при цьому допущено незначні арифметичні помилки/описки;

3-5 – наведена відповідь є правильною, проте неповною, або у відповіді допущені значні помилки;

1-2 – наведено лише деякі уривки відповіді, окремі формули, тощо;

0 – відповіді взагалі не має, або вона містить грубі помилки.

Під час відповіді на усні запитання максимальну кількість балів студент отримує у випадку, якщо він надав повні та правильні відповіді на всі запитання викладача або припустився незначних похибок, які не вплинули на саму відповідь.

Нуль балів студент отримує у випадку, коли відповідь на усне запитання взагалі не була надана або містить грубі помилки. Якщо відповідь частково правильна, то студент за неї отримує, як правило, кількість балів, вдвічі меншу за максимально можливу за відповідне усне запитання

2. Бали за модульну контрольну роботу

Ваговий бал – 8 балів за двогодинну МКР та по 4 бали за кожну контрольну роботи тривалістю в одну академічну годину.

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює:

*4 бали + 8 балів + 4 бали = **16 балів.***

Кожне завдання контрольної роботи оцінюється (в залежності від його складності) в один, півтора чи два бали.

Максимальну кількість балів студент отримує у випадку, якщо він навів повний та правильний розв'язок задачі або припустився незначних арифметичних помилок/описок, які не вплинули суттєво на розв'язок.

Меншу ніж максимальну кількість балів (як правило, половину від цієї максимальної кількості) студент отримує у випадку, коли наведений ним розв'язок є правильним, проте неповним (задача не розв'язана до кінця), або хід розв'язку є правильним та повним, проте студент припустився помилок, які суттєво вплинули на відповідь.

Нуль балів студент отримує у випадку, коли задача взагалі не розв'язана, або наведений хід розв'язку містить грубі помилки, або наведено тільки відповідь на задачу.

3. Бали за розрахункову роботу

Розрахункова робота містить десять завдань, кожне з яких оцінюється у 1 бал.

Критерії оцінювання якості виконання:

1 – задача розв'язана правильно або розв'язок містить арифметичні помилки/описки, які істотно не вплинули на розв'язок;

0.5 – розв’язок містить помилки, які істотно вплинули на відповідь, проте вірним є більш ніж 60 відсотків розв’язку;

0 – завдання взагалі не виконане, або наведений розв’язок містить менш ніж 60 відсотків вірної відповіді (в тому числі взагалі не наведена остаточно відповідь).

Максимальна кількість балів за виконання розрахункової роботи:

10 завдань $\times$ 1 бал = **10 балів**.

4. Бали за роботу на практичних заняттях

Ваговий бал за роботу на практичному занятті:

– 0,15 бала за плідну роботу на одній академічній годині заняття;

– 0 балів за пасивну роботу на одній академічній годині заняття чи відсутність на ній.

Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях дорівнює

0,15 бала $\times$ 60 = **9 балів**.

При цьому рахується, що 1-2 практичні заняття можуть прийтися на державні свята, хворобу студента тощо.

Викладач має право заохотити студента певною кількістю балів (максимально — 3 бали за семестр) за надання оригінального рішення чи відповіді на практичних заняттях.

5. Бали за відповідь на екзамені

Ваговий бал – **50**.

Форма проведення екзамену залежить від того – буде він відбуватися у традиційному (очному) режимі чи у дистанційному:

Очна форма	Дистанційна форма
На екзамені студент отримує білет з двома теоретичними та двома практичними завданнями.	На екзамені студент отримує білет з одним теоретичним та двома практичними завданнями.
За відповіді на кожне з теоретичних чи практичних завдань нараховується максимум 10 балів. На вказані завдання студент надає письмову відповідь, яку викладач перевіряє у день проведення екзамену. За відповідь на кожне запитання білету студент отримує: – 8-10 балів, якщо він надав повну та правильну відповідь або припустився незначних похибок, які істотно не вплинули на саму відповідь, – 5-7 балів, якщо відповідь правильна лише частково або не є повною (наприклад, наведена лише схема необхідного доведення теореми або під час розв’язання прикладу не перевірена можливість застосування відповідного методу), – 2-4 бали, якщо відповідь частково правильна, але містить значні прогалини (наприклад, відсутнє необхідне доведення теореми чи під час розв’язання прикладу враховані не всі можливі випадки), – 0-1 бали, якщо відповідь на запитання взагалі не була надана або містить грубі помилки. Для встановлення степені знання студентом матеріалу дисципліни після перевірки письмової відповіді викладач додатково задає студенту одне чи декілька нових запитань – на уточнення наданої відповіді або, взагалі, на іншу тему з матеріалу, що перевіряється.	

Відповіді на сукупність додаткових запитань оцінюються загалом від 0 до 10 балів в залежності від їх точності та повноти за тим же принципом, що і відповіді на письмові завдання.	Відповіді на сукупність додаткових запитань оцінюються загалом від 0 до 20 балів в залежності від їх точності та повноти за тим же принципом, що і відповіді на письмові завдання.
Викладач має право заохотити студента певною кількістю балів (максимально – 3 бали) за надання оригінального рішення чи відповіді на екзамені.	

6. Заохочувальні бали

За:

- відповіді на запитання лектора до загальної аудиторії
 - знаходження описок/помилки у лекціях
 - задавання «правильних» запитань (тобто таких, що свідчать про вдумливу роботу студента із навчальним матеріалом)
- нараховується загалом до 3 заохочувальних балів.

7. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 15 + 16 + 10 + 9 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова рейтингової шкали $R_E = 50$ балів, тобто складає 50% від R .

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: $R = R_C + R_E = 100$ балів.

Сумарна кількість заохочувальних балів (r_s) за роботу студента з дисципліни під час семестру не повинна перевищувати $0,1 \times R_C$, тобто $0,1 \times 50$ балів = 5 балів.

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є виконання розрахункової роботи та семестровий рейтинг студента (r_C) не менше 40 % від R_C , тобто не менше **20 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Рейтингова оцінка R_D визначається як сума семестрового рейтингу студента r_C , балів r_E , отриманих на екзамені, та заохочувальних балів. Оцінка виставляється відповідно до значення R_D згідно з табл. Відповідності рейтингових балів оцінкам.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на семестровий контроль;

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Мальчиков Володимир Вікторович

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 14 від 13 травня 2026 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 11 від 22 травня 2026 р.)