



# РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити/120 год. (36 год.-лекції, 18 год.-практичні заняття, СРС 66 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік/ МКР, поточний контроль</i>
Розклад занять	<i><a href="https://schedule.kpi.ua/">https://schedule.kpi.ua/</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доктор фіз.-мат. наук, професор Лось Валерій Миколайович, <a href="mailto:v_los@yahoo.com">v_los@yahoo.com</a> Практичні / Семінарські: доктор фіз.-мат. наук, професор Лось Валерій Миколайович, <a href="mailto:v_los@yahoo.com">v_los@yahoo.com</a></i>
Розміщення курсу	<i>Slack</i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Математична фізика розвивалася паралельно розвитку теоретичної математики і фізики, її предметна область — це вивчення фізичних процесів таких як коливання, дифузія у неперервних середовищах, явища теплопровідності чи квантування класичного руху частки методами теорії диференціальних операторів з частинними похідними. Саме прикладні задачі теорії теплоти, гідродинаміки, акустики, механіки тощо привели до виникнення такого важливого розділу сучасної математики як теорія диференціальних рівнянь з частинними похідними. Отже, апарат математичної фізики є основним способом дослідження фізичних полів та процесів в неперервних середовищах і широко застосовується в обчислювальному експерименті та математичному моделюванні. Дисципліна відіграє важливу роль у підготовці фахівців у галузі прикладної математики, оскільки крайові задачі виникають в різноманітних областях науки й техніки, і мають надзвичайно широкий спектр застосувань (фундаментальні теоретичні дослідження, економіка та фінанси, прикладні природознавчі та інженерні галузі тощо).

Метою навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з класичною теорією граничних задач для рівнянь в частинних похідних та методами їх розв'язування.

Предметом дисципліни є методи розв'язування граничних задач для лінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку і властивості їх розв'язків.

Результати навчання:

- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;
- володіти основними положеннями та методами теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних;
- уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з розв'язанням диференціальних рівнянь, розв'язанням крайових задач;
- володіти основними методами розробки математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку;
- вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач;
- уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліні «Рівняння математичної фізики» передують дисципліни «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА КЛАСИФІКАЦІЯ РІВНЯНЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Тема 1.1. Класифікація рівнянь в частинних похідних

Тема 1.2. Основні рівняння математичної фізики

Тема 1.3. Постановка крайових задач та їх коректність

### **РОЗДІЛ 2. ГІПЕРБОЛІЧНІ, ПАРАБОЛІЧНІ ТА ЕЛІПТИЧНІ РІВНЯННЯ**

Тема 2.1. Вільні та вимушені коливання нескінченної струни, метод характеристик

Тема 2.2. Задача Коші для гіперболічних рівнянь

Тема 2.3. Задача Гурса для гіперболічних рівнянь

Тема 2.4. Крайові (початково-граничні) задачі для гіперболічних рівнянь. Метод Фур'є

Тема 2.5. Задачі в обмежених областях для параболічних рівнянь. Метод Фур'є та його застосування до розв'язування крайових задач для рівняння теплопровідності

Тема 2.6. Задачі Коші для рівнянь параболічного типу

Тема 2.7. Застосування інтегральних перетворень до розв'язання задач математичної фізики

Тема 2.8. Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова література**

1. Івасишен С.Д. та ін. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики: навчальний посібник. - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018 – 360 с.
2. Івасишен С.Д. та ін. Рівняння математичної фізики: основні методи, приклади, задачі. - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018 – 210 с.
3. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – Київ: Либідь, 2006, -363с.

## Допоміжна література

1. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: підручник. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2017. – 372 с.
2. Герасимчук В. С. Методи математичної фізики. Частина 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних. Навчальний посібник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 25 с.
3. Герасимчук В. С. Методи математичної фізики. Частина 2. Математичні моделі деяких поширених фізичних процесів. Навчальний посібник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 38 с.
4. Los V. Initial-boundary value problems for two-dimensional parabolic equations in Hörmander spaces // Methods Funct. Anal. Topology. – 2017. – **23**, No.2. – P. 177-191. (Open Access).

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### *Лекційні заняття*

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<b>Класифікація рівнянь в частинних похідних</b> Квазілінійні рівняння в частинних похідних другого порядку. Класифікація рівнянь в частинних похідних у випадку двох незалежних змінних
2	<b>Основні рівняння математичної фізики</b> Основні рівняння математичної фізики (рівняння теплопровідності, хвильові рівняння).
3	<b>Основні рівняння математичної фізики</b> Основні рівняння математичної фізики (рівняння Лапласа і Пуассона).
4	<b>Класифікація рівнянь в частинних похідних</b> Класифікація рівнянь в частинних похідних у випадку, коли незалежних змінних більше двох
5	<b>Постановка крайових задач та їх коректність</b> Означення коректності задачі, приклади коректних та некоректних постановок.
6	<b>Рівняння гіперболічного типу</b> Рівняння гіперболічного типу, вільні та вимушені коливання нескінченної струни, метод характеристик.
7	<b>Задача Коші для гіперболічних рівнянь</b> Задача Коші для гіперболічних рівнянь. Формула Даламбера
8	<b>Задача Гурса для гіперболічних рівнянь</b> Задача Коші для гіперболічних рівнянь (закінчення). Задачі з даними на характеристиках. Задача Гурса для гіперболічних рівнянь.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
9	<b>Крайові задачі для гіперболічних рівнянь (початок).</b> Крайові задачі для гіперболічних рівнянь. Метод Фур'є розділення змінних (початок)
10	<b>Крайові задачі для гіперболічних рівнянь (закінчення).</b> Метод Фур'є розділення змінних (закінчення)
11	<b>Задачі в обмежених областях для параболічних рівнянь</b> Рівняння параболічного типу. Задачі в обмежених областях для параболічних рівнянь. Метод Фур'є та його застосування до розв'язування крайових задач для рівняння теплопровідності
12	<b>Задачі в обмежених областях та задачі Коші для параболічних рівнянь</b> Задачі в обмежених областях для параболічних рівнянь (закінчення). Задача Коші для рівняння теплопровідності
13	<b>Задачі Коші для рівнянь параболічного типу</b> Задачі Коші для рівнянь параболічного типу (закінчення). Формула Пуассона та її наслідки.
14	<b>Інтегральні перетворення та їх застосування у математичній фізиці (початок).</b> Застосування інтегральних перетворень до розв'язання задач математичної фізики (початок). Методика пошуку ядра перетворення. Перетворення Фур'є.
15	<b>Інтегральні перетворення та їх застосування у математичній фізиці (закінчення).</b> Застосування інтегральних перетворень до розв'язання задач математичної фізики (закінчення). Перетворення Лапласа.
16	<b>Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона</b> Рівняння еліптичного типу. Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона.
17	<b>Гармонічні функції та їх властивості</b> Формули Гріна. Інтегральне зображення достатньо гладкої функції. Гармонічні функції та їх властивості.
18	<b>Крайова задача для параболічного рівняння в узагальнених просторах Соболева.</b> Поняття про узагальнені простори Соболева. Коректна розв'язність мішаних задач для рівняння теплопровідності.

### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	<b>Класифікація рівнянь з двома незалежними змінними</b> Класифікація рівнянь в частинних похідних та приведення їх до канонічного вигляду (рівняння 2-го порядку з двома незалежними змінними)
2	<b>Метод характеристик</b> Задача Коші для гіперболічних рівнянь. Формула Даламбера. Задача Гурса.
3	<b>Метод Фур'є для однорідних гіперболічних рівнянь</b> Метод Фур'є розділення змінних для гіперболічних рівнянь з однорідною правою частиною

№ з/П	Назва теми заняття та перелік основних питань
4	<b>Метод Фур'є для неоднорідних гіперболічних рівнянь</b> Метод Фур'є розділення змінних для гіперболічних рівнянь з неоднорідною правою частиною
5	<b>Метод Фур'є для однорідних параболічних рівнянь</b> Метод Фур'є розділення змінних для параболічних рівнянь з однорідною правою частиною
6	<b>Метод Фур'є для неоднорідних параболічних рівнянь</b> Метод Фур'є розділення змінних для параболічних рівнянь з неоднорідною правою частиною
7	<b>Неоднорідні крайові задачі для гіперболічних параболічних рівнянь</b> Розв'язування крайових задач для гіперболічних і параболічних рівнянь з неоднорідними крайовими умовами.
8	<b>Застосування інтегральних перетворень Фур'є</b> Застосування інтегральних перетворень Фур'є до розв'язання задач математичної фізики.
9	<b>Метод Фур'є для еліптичних задач</b> Метод Фур'є для еліптичних граничних задач в кругових областях.

## 6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента полягає:

- підготовка до лекційних та практичних занять – систематично до 2 год. на заняття,
- підготовка до модульних контрольних робіт - до 5 год на роботу,
- підготовка до колоквіуму - до 5 год.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1. Систематичне відвідування лекційних і практичних занять.
2. Перескладання (переписування) модульної контрольної роботи не передбачене.
3. У випадку недостатньої кількості балів (менше 60) перед заліком може бути дано додаткові завдання, щоб добрати бали до 60.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за виконання модульної контрольної роботи;
- 2) балів за активність на практичних заняттях
- 3) балів за відповідь на колоквіумі

## СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

### 1. Бали за модульну контрольну роботу

Модульна контрольна робота поділяється на дві 45-хвилинні контрольні роботи, що проводяться у вигляді тестів. Завдання на тестові контрольні роботи містять по 5 типових практичних прикладів.

Кількість балів за розв'язання кожного прикладу: 3 бали.

*Критерії оцінювання:*

*3 – правильна відповідь;*

*0 – неправильна відповідь;*

Викладач має право після завершення тесту вибірково запросити фотокопії студентських робіт та поставити нуль балів за завдання, розв'язання яких буде відсутнє чи неправильне.

**Максимальна кількість балів за модульний контроль:**

3 бали × 5 завд. × 2 тест. контр. роб. = **30 балів**.

## **2. Бали за активність на практичних заняттях**

Бали нараховуються за плідну роботу та відповіді на практичних заняттях. Але не більше ніж **10 балів** протягом усього семестру.

1 бал --- самостійно правильно розв'язане завдання і прокоментоване розв'язання

0.5 бала --- плідна робота на практичному занятті (ці бали нараховуються, якщо студент був присутній на занятті і виконував усі практичні завдання, які на ньому розв'язувалися)

0 балів --- пасивна робота на практичному занятті

## **3. Бали за відповідь на колоквіумі**

Колоквіум відбувається у формі усної співбесіди викладача із студентом. Викладач задає студенту поступово декілька питань, на які студент відразу повинен надавати свою відповідь. Питання викладача можуть бути як продовженням опитування за попереднім питанням, так і бути на іншу тему.

За відповідь на кожне питання студент отримує певну кількість балів. Питання, в залежності від їх складності можуть вартувати від 1 до 5 балів.

Максимальна кількість балів за відповідь на колоквіумі дорівнює **10 балів**.

Під час відповіді на питання колоквіуму максимальну кількість балів студент отримує у випадку, якщо він надав повні та правильні відповіді на всі запитання викладача або припустився незначних похибок, які не вплинули на саму відповідь.

Нуль балів студент отримує у випадку, коли відповідь на запитання взагалі не була надана або містить грубі помилки. Якщо відповідь частково правильна, то студент за неї отримує, як правило, кількість балів, вдвічі меншу за максимально можливу за відповідне запитання.

## **4. Розрахунок шкали (R) рейтингу**

Семестрова складова рейтингової шкали **R<sub>с</sub> = 50 балів**, вона визначається як сума балів, отриманих за виконання модульної контрольної роботи, активність на практичних заняттях та відповідь на колоквіумі.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:

$$R = 60 + 40 * (R_{\max} - R_{\text{доп}}) / (R_c - R_{\text{доп}}) = 100 \text{ балів},$$

тут **R<sub>max</sub> = 50** – максимальний можливий семестровий рейтинг студента,

**R<sub>доп</sub> = 25** – мінімальна кількість балів, необхідна для допуску.

## **5. Умова допуску до семестрової атестації та визначення оцінки**

Необхідною умовою допуску студента до семестрової атестації є семестровий рейтинг студента (**R<sub>ст</sub>**) не менше 50 % від **R<sub>с</sub>**, тобто не менше **25 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента **R<sub>д</sub>** визначається за формулою

$$R_D = 60 + 40 * (R_{\text{ст}} - R_{\text{доп}}) / (R_c - R_{\text{доп}}) = 20 + 1,6 * R_{\text{ст}}$$

Оцінка виставляється відповідно до значення  $R_D$ :

Сумарний рейтинг $R_D$	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
$25 \leq R_D \leq 59$	Незараховано
$R_{ст} < 25$	Не допущений

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

Складено проф, д.ф.-м.н., проф. Лось Валерій Миколайович.

Ухвалено кафедрою прикладної математики (протокол № 10 від 02.01.2024р.)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 6 від 26.01.2024р.)