



ПО 02 АЛГЕБРА І ГЕОМЕТРІЯ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

1. Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>F інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Машинне навчання та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>10 кредитів ЕКТС / 300 год.: (60 год. – лекції, 60 год. – практичні заняття, 180 год. – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, МКР, РГР</i>
Розклад занять	http://roz.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>кандидат фіз.-мат. наук, доцент, Третиник Віолета Вікентіївна, viola.tret@gmail.com</i> Практичні / Семінарські: <i>кандидат фіз.-мат. наук, доцент, Третиник Віолета Вікентіївна, viola.tret@gmail.com / старший викладач Мальчиков Володимир Вікторович, MAVR2K@gmail.com, асистент Цибульник Антон Владиславович, tsybulnyk.anton@ill.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&ir_own

2. Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Методи лінійної алгебри інтенсивно використовуються майже в усіх фундаментальних та прикладних розділах математики, зокрема при дослідженні об'єктів, які апроксимуються лінійними моделями. Навчальна дисципліна «Алгебра та геометрія» займає одне із центральних місць у системі математичної, природничо-наукової підготовки фахівця з прикладної математики. Щоб бути успішним та конкурентоспроможним на ринку праці потрібно мати ґрунтовний математичний фундамент, який базується, зокрема, на алгебрі та геометрії.

Мета та завдання кредитного модуля

- Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:
 - вивчити основні поняття і термінологію лінійної алгебри та аналітичної геометрії;
 - виконувати аналіз задач та обирати відповідний метод для їх розв'язку;
 - формулювати математичні задачі;
 - визначати розв'язки поставлених задач

2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- термінології та символіки лінійної алгебри та аналітичної геометрії;
- знання таких алгебраїчних понять, як матриці, визначники, системи лінійних рівнянь, лінійний векторний простір, базис простору;
- знання таких геометричних понять, як вектор, різні види векторних добутків, пряма на площині, лінії другого порядку.
- методики обрання методів розв'язку поставлених математичних задач з їх обґрунтуванням.

уміння:

- аналізувати поставлену математичну задачу;
- оцінювати її складність і обирати відповідний метод розв'язку.

досвід:

- роботи з алгебраїчними структурами;
- застосування отриманих знань на практиці.

Під час вивчення даної дисципліни студенти набудуть:

I. загальних компетентностей:

- ЗК1. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями
- ЗК3. Здатність генерувати нові ідеї (креативність)
- ЗК4. Здатність бути критичним і самокритичним
- ЗК6. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
- ЗК8. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

II. фахових компетентностей:

- ФК1. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем
- ФК2. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі
- ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібну точність і надійність результату

Програмними результатами навчання є:

- РН1. демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;
- РН2. володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами;
- РН7. вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення кредитного модуля «Алгебра та геометрія-1. Лінійна алгебра» дозволяє сформувати у студентів компетенції, необхідні для розв'язання практичних задач професійної діяльності, пов'язаної з аналізом та використанням математичних методів.

- Кредитний модуль «Алгебра та геометрія-1. Лінійна алгебра» забезпечує вивчення кредитного модуля «Алгебра та геометрія 2. Аналітична геометрія», дисциплін «Математичне моделювання», «Системний аналіз», «Методи оптимізації», «Дослідження операцій», «Методи обчислень», «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика, а також дисциплін «Чисельні методи математичної фізики» та «Моделювання складних систем» навчального плану підготовки магістрів за спеціальністю F1 Прикладна математика.

Вивчення кредитного модуля «Алгебра та геометрія-2. Аналітична геометрія» дозволяє сформувати у студентів компетенції, необхідні для розв'язання практичних задач професійної діяльності, пов'язаної з аналізом та використанням математичних методів.

- Кредитний модуль «Алгебра та геометрія-2. Аналітична геометрія» забезпечує вивчення дисциплін «Математичне моделювання», «Системний аналіз», «Методи оптимізації», «Дослідження операцій», «Методи обчислень», «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю F1 Прикладна математика, а також дисциплін «Чисельні методи математичної фізики» та «Моделювання складних систем» навчального плану підготовки магістрів за спеціальністю F1 Прикладна математика.

3. Зміст навчальної дисципліни

Осінній семестр

Кредитний модуль 1. Лінійна алгебра

РОЗДІЛ 1. Матриці та визначники

Тема 1.1. Матриці. Операції та властивості

Тема 1.2. Визначники. Властивості та методи обчислення

Тема 1.3. Обернена матриця

Тема 1.4. Лінійна залежність та незалежність

Тема 1.5. Ранг матриці

РОЗДІЛ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

Тема 2.1. Основні поняття. Сумісність

Тема 2.2. Однорідні та неоднорідні системи

РОЗДІЛ 3. Елементи векторної алгебри

Тема 3.1. Вектори на площині та в просторі

Тема 3.2. Добутки векторів.

РОЗДІЛ 4. Аналітична геометрія на площині

Тема 4.1. Способи задання ліній на площині

Тема 4.2. Пряма на площині

Тема 4.3. Криві другого порядку.

РОЗДІЛ 5. Елементи теорії многочленів

Тема 5.1. Властивості многочленів. Ділення многочленів

Тема 5.2. Корені многочленів. Основна теорема алгебри

Весняний семестр

Кредитний модуль 2. Аналітична геометрія

РОЗДІЛ 1. Лінійні простори.

Тема 1.1. Лінійний простір та підпростір. Розмірність та базис.

Тема 1.2. Евклідів та унітарний простори. Ортогональність.

РОЗДІЛ 2. Відображення лінійних просторів.

Тема 2.1. Лінійний оператор. Алгебра лінійних операторів.

Тема 2.2. Матриця оператора. Поняття функціонала

РОЗДІЛ 3. Структура лінійного оператора.

Тема 3.1. Власні числа та власні вектори.

Тема 3.2. Інваріантні підпростори. Жорданова форма

РОЗДІЛ 4. Аналітична геометрія в просторі.

Тема 4.1. Поверхня та лінія в просторі.

Тема 4.2. Площина та пряма в просторі.

Тема 4.3. Поверхні другого порядку.

РОЗДІЛ 5. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах.

Тема 5.1. Спряжений, самоспряжений та унітарний оператори.

Тема 5.2. Спектральний розклад самоспряженого оператора.

РОЗДІЛ 6. Квадратичні форми.

Тема 6.1. Білінійні та квадратичні форми.

Тема 6.2. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду.

Тема 6.3. Приведення рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. В. В. Мальчиков, В. В. Третиник, К. О. Костенко Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Частина 1. навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Data Science та математичне моделювання» » / В. В. Мальчиков, В. В. Третиник, К. О. Костенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 3, 83 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 194 с.
2. В. В. Третиник, В. О. Ліскін, В.В. Мальчиков Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Частина 2. навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Data Science та математичне моделювання» » / В. В. Третиник, В. О. Ліскін, В.В. Мальчиков ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1, 62 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 125 с.
3. Зайцев Є.П. Вища математика. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. - Київ : Алерта, 2017. - 572 с.
4. Клімова Н.П. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Тексти лекцій. Тести. Індивідуальні завдання : навч. посібник для студ. вищ. навч. закл. / Н. П. Клімова, О.Г. Нерух, О.О. Ремаєва. – Харків: Компанія СМІТ, 2012. - 317 с.
5. Парамонова С.М. Аналітична геометрія та лінійна алгебра : конспект лекцій / С. М. Парамонова, А.Ю. Мальцев. - К. : НТУУ «КПІ», 2007. - 124 с.
6. Марчук Р.А. Курс аналітичної геометрії та лінійної алгебри / Р. А. Марчук. - Хмельницький: ХНУ, 2005. - 255 с.
7. Нерух О.Г.Лінійна алгебра та аналітична геометрія: посібник / О.Г. Нерух, Н.М.Ружицька, Київ: Кондор. – 194с.

Допоміжна література

8. Leslie Hogben, Handbook of linear algebra. Chapman & Hall/CRC. 2014, 1402p.
9. Jim Hefferon, Lab manual for linear algebra, 105p.
10. Gilbert Strang, Introduction to linear algebra, fifth edition (2016), Wellesley Publisher.
11. Sheldon Axler, Linear algebra done right, third edition, Springer, 2014.
12. Т.В.Авдєєва, В.М.Шраменко Лінійна алгебра в задачах та прикладах. Збірник задач для студентів I курсу ФМФ НТУУ «КПІ» / Т.В.Авдєєва, В.М.Шраменко, .- Київ НТУУ «КПІ», 2016.-206с.
13. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії, за ред. Рудавського Ю.К.-Львів: Видавництво «Бескид біт», 2002.-256с.
14. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії . / В. І. Діскант.Л. Р. Береза, О. П. Грижук, Л. М. Захаренко. — К.: Вища шк., 2001. — 303 с

6. Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття (осінній семестр)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Матриці та операції над ними. Визначники. Означення матриці. Види матриць. Лінійні операції над матрицями. Добуток матриць. Матричні многочлени. Означення детермінанта. Властивості визначників. Методи обчислення визначників. Завдання на СРС: властивості нільпотентних матриць. Спеціальні види визначників. Визначник Вандермонда.
2	Обернена матриця. Лінійна залежність та незалежність. Ранг матриці. Означення оберненої матриці. Властивості. Критерій існування оберненої матриці. Методи знаходження. Матричні рівняння Означення лінійно залежної та лінійно незалежної системи векторів. Критерій лінійної незалежності. Базисний мінор. Ранг матриці – означення та методи пошуку Завдання на СРС: Псевдо обернена матриця. Побудова системи лінійно залежних/незалежних векторів.
3	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) Пошук розв’язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь

	Основні означення. Сумісність. Визначеність. Теорема Кронекера-Капеллі. Формули Крамера. Однорідні та неоднорідні системи. Фундаментальна система розв'язків. Частинний та загальний розв'язки Завдання на СРС: застосування СЛАР у моделюванні. Розв'язання СЛАР у програмі Matlab.
4	Вектори на площині Поняття вектору. Лінійні операції над векторами. Колінеарність. Компланарність. Завдання на СРС: застосування векторів у класичній механіці.
5	Базис. Системи координат Поняття базису. Розклад за базисом, координати вектора в базисі. Системи координат (афінна, прямокутна декартова). Довжина відрізка, ділення у заданому відношенні Завдання на СРС: криволінійна система координат.
6	Скалярний та векторний добутки Означення, алгебраїчні та геометричні властивості. Покоординатне представлення в прямокутній декартовій системі координат Завдання на СРС: застосування векторного добутку у фізиці.
7	Подвійний векторний та мішаний добутки Означення. Алгебраїчні та геометричні властивості. Покоординатне представлення в прямокутній декартовій системі координат Завдання на СРС: застосування подвійного векторного добутку у фізиці.
8	Лінії на площині. Означення. Класифікація ліній. Способи задання. Полярна система координат. Деякі приклади важливих кривих. Завдання на СРС: застосування кривих у моделюванні.
9	Пряма на площині Рівняння прямої – загальне, через нормаль і точку, канонічне, параметричне, у відрізках, через кутовий коефіцієнт, нормальне. Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з питаннями виводу різних типів рівнянь.
10	Взаємне розташування точок та прямих на площині Відстань та відхилення точки від прямої. Взаємне розташування прямих. Жмуток прямих Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з питанням про жмуток прямих.
11	Лінії другого порядку. Еліпс, гіпербола, парабола. Означення, основні характеристики. Завдання на СРС: застосування ліній другого порядку у фізиці.

12	Перетворення системи координат на площині. Види перетворень координат. Визначення типу кривої другого порядку за допомогою перетворення координат Завдання на СРС: визначення типу кривої другого порядку за допомогою інваріантів.
13	Елементи теорії многочленів Означення. Основні операції над многочленами та їх властивості. Теорема про ділення многочленів Завдання на СРС: многочлени Чебишова та їх властивості.
14	Елементи теорії многочленів Найбільший спільний дільник. Корені многочленів. Теорема Безу Завдання на СРС: застосування теореми Безу для знаходження коренів рівняння.
15	Елементи теорії многочленів Основна теорема алгебри та наслідки з неї Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з наслідками основної теореми алгебри.

Лекційні заняття (весняний семестр)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Лінійні простори та підпростори. Означення лінійного простору. Властивості лінійних просторів. Приклади. Базис та розмірність. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійні підпростори. Лінійні оболонки Завдання на СРС: Лінійні відображення. Сума та добуток відображень.
2	Операції з лінійними підпросторами. Еквівалентні системи елементів. Сума та перетин підпросторів. Пряма сума підпросторів. Зміна базису підпростору. Завдання на СРС: інваріантні підпростори.
3	Евклідов простір. Ортогональні підпростори Евклідов простір та скалярний добуток. Властивості евклідових просторів. Ортогональні та ортонормовані системи. Ортонормований базис. Ортогональність елемента до підпростору. Ортогональність підпросторів. Ортогональна сума. Ортогональне доповнення. Ортогональна проекція та ортогональна складова. Унітарний простір Завдання на СРС: Матриці Грама. Самоспряжені та унітарні перетворення.

4	Лінійні оператори Означення лінійного оператора. Алгебра лінійних операторів. Ядро та образ лінійного оператора. Ранг та дефект оператора. Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з ядром та образом лінійного оператора.
5	Матриця лінійного оператора. Функціонали Матриця оператора. Правило побудови. Перетворення матриці оператора при зміні базисів. Еквівалентні матриці. Критерій еквівалентності. Поняття функціоналу. Типи і види функціоналів. Завдання на СРС: Матричні норми. Застосування операторів.
6	Власні числа та власні вектори Означення власного вектора та власного числа, їх властивості. Алгебраїчна та геометрична кратність власних значень. Характеристичне рівняння. Спектр оператора. Діагоналізованість Завдання на СРС: спектральний радіус матриці.
7	Жорданова форма оператора Інваріантні підпростори. Індуційований оператор. Пряма сума операторів. Клітина Жордана. Жорданова форма та жорданів базис. Функції від матриць. Завдання на СРС: ермітові форми.
8	Поверхня та лінія в просторі Поверхня в просторі. Класифікація поверхонь. Циліндрична та сферична системи координат. Типи поверхонь. Лінія в просторі. Завдання на СРС: параметричні рівняння поверхонь.
9	Площина у просторі Рівняння площини: через нормаль, загальне, у відрізках, нормальне. Відстань та відхилення. Взаємне розташування площин у просторі. Жмуток та зв'язка площин. Завдання на СРС: задачі на побудову.
10	Пряма у просторі Рівняння прямої: загальне, канонічне, параметричне. Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування прямої та площини. Зв'язка прямих. Завдання на СРС: геометричний зміст порядку алгебраїчної лінії.
11	Поверхні другого порядку Еліпсоїд. Однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди. Еліптичний та гіперболічний параболоїди. Циліндри. Основні характеристики, перерізи. Завдання на СРС: конус другого порядку.

12	Оператори в унітарних та евклідових просторах Спряжений, самоспряжений, унітарний та ортогональний оператори, їх властивості. Двоїсті базиси. Завдання на СРС: тензори в евклідовому просторі.
13	Спектральний розклад самоспряженого оператора Жорданів базис самоспряженого оператора. Проектор. Спектральний розклад самоспряженого оператора. Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з питанням спектрального розкладу самоспряженого оператора.
14	Квадратичні та білінійні форми Означення та типи білінійних форм. Матриця білінійної форми. Квадратична форма, типи квадратичних форм. Знаковизначеність матриці квадратичної форми. Завдання на СРС: квадратичні форми та скалярний добуток.
15	Канонічний вигляд квадратичної форми Канонічне представлення квадратичної форми. Метод Лагранжа. Метод Якобі. Критерій Сільвестра. Застосування канонічного вигляду квадратичної форми до поверхонь другого порядку. Завдання на СРС: детальніше ознайомитися з методом Якобі.

5. Практичні заняття (осінній семестр)

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Сума. Матриця. Операції над матрицями. Завдання на СРС: розв'язання задач на запис різноманітних сум
2	Матричні многочлени. Визначники третього порядку. Визначники вищих порядків.
3	Обернена матриця. Матричні рівняння. Лінійна залежність та незалежність систем векторів.
4	Ранг матриці
5	СЛАР. Формули Крамера. КР №1
6	Однорідні СЛАР. Неоднорідні СЛАР. Метод Жордана-Гаусса.
7	Вектори на площині. Розклад по базису
8	КР №2
9	Добутки векторів
10	Пряма на площині КР №3
11	Взаємне розташування прямих на площині.
12	Лінії другого порядку. Обчислення характеристик.

13	Лінії другого порядку. Приведення рівняння лінії до канонічного вигляду та класифікація ліній
14	Теорія многочленів. Найбільший спільний дільник
15	Корені многочленів. Розклад за основною теоремою алгебри

3. Практичні заняття (весняний семестр)

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Лінійні підпростори. Базис та розмірність. Лінійні оболонки.
2	Сума та перетин підпросторів
3	Зміна базису в лінійному підпросторі. Евклідов простір. Ортонормовані системи. Доповнення до ортонормованого базису
4	Ортогональне доповнення. Ортогональна проекція та складова КР №1
5	Лінійний оператор. Ядро і образ оператора
6	Матриця оператора. Перетворення матриці при зміні базисів
7	Власні числа та власні вектори оператора.
8	Жорданова форма. Функції від матриці
9	Площина та пряма у просторі КР №2
10	Взаємне розташування прямих та площин у просторі
11	Спряжений оператор та його матриця
12	Квадратична форма. Приведення до канонічного вигляду методом Лагранжа
13	Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду за допомогою ортогонального перетворення
14	Поверхні другого порядку. Приведення рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду
15	КР №3

6. Самостійна робота студента

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Матриці та операції над ними. Властивості нільпотентних матриць	8
2	Визначники. Спеціальні види визначників. Визначник Вандермонда.	8
3	Обернена матриця. Псевдо-обернена матриця.	8
4	Лінійна залежність та незалежність. Ранг матриці. Побудова системи лінійно залежних/незалежних векторів.	8

5	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) Застосування СЛАР у моделюванні.	8
6	Пошук розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь Завдання на СРС: розв'язання СЛАР у програмі Matlab.	8
7	Вектори на площині Поняття вектору. Лінійні операції над векторами. Колінеарність. Компланарність. Застосування векторної алгебри.	8
8	Базис. Системи координат Завдання на СРС: криволінійна система координат.	6
9	Скалярний та векторний добутки Застосування скалярного та векторного добутку.	2
10	Подвійний векторний та мішаний добутки Застосування подвійного векторного добутку.	2
11	Лінії на площині. Спеціальні властивості кривих другого порядку.	4
12	Пряма на площині Детальніше ознайомитися з питаннями виводу різних типів рівнянь.	4
13	Взаємне розташування точок та прямих на площині Детальніше ознайомитися з питанням про жмуток прямих.	2
14	Лінії другого порядку. Деякі алгебраїчні лінії вищих порядків.	4
15	Перетворення системи координат на площині. Визначення типу кривої другого порядку за допомогою інваріантів.	4
16	Елементи теорії многочленів Многочлени від декількох змінних.	2
17	Елементи теорії многочленів Застосування теореми Безу для знаходження коренів рівняння.	2
18	Елементи теорії многочленів Детальніше ознайомитися з наслідками основної теореми алгебри.	2
№ з/ п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Лінійні простори. Означення лінійного простору. Властивості лінійних просторів. Приклади.	6

	Лінійні відображення.	
2	Лінійні простори та підпростори. Базис та розмірність. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійні підпростори. Лінійні оболонки Сума та добуток відображень.	2
3	Лінійні підпростори. Еквівалентні системи елементів. Сума та перетин підпросторів. Пряма сума підпросторів. Зміна базису підпростору. Інваріантні підпростори.	2
4	Евклідів простір. Евклідів простір та скалярний добуток. Властивості евклідових просторів. Ортогональні та ортонормовані системи. Ортонормований базис Матриці Грама.	4
5	Ортогональні підпростори Ортогональність елемента до підпростору. Ортогональність підпросторів. Ортогональна сума. Ортогональне доповнення. Ортогональна проекція та ортогональна складова. Унітарний простір Самоспряжені та унітарні перетворення.	6
6	Лінійні оператори Означення лінійного оператора. Алгебра лінійних операторів. Ядро та образ лінійного оператора. Ранг та дефект оператора. Детальніше ознайомитися з ядром та образом лінійного оператора.	6
7	Матриця лінійного оператора Матриця оператора. Правило побудови. Перетворення матриці оператора при зміні базисів. Матричні норми.	4
8	Матриця оператора. Функціонали Еквівалентні матриці. Критерій еквівалентності. Поняття функціоналу. Типи і види функціоналів. Застосування операторів.	6
9	Власні числа та власні вектори Означення власного вектора та власного числа, їх властивості. Алгебраїчна та геометрична кратність власних значень. Характеристичне рівняння. Спектр оператора. Діагоналізованість Спектральний радіус матриці.	6

10	Жорданова форма оператора Інваріантні підпростори. Індуційований оператор. Пряма сума операторів. Клітина Жордана. Жорданова форма та жорданів базис. Функції від матриць. Ермітові форми.	8
11	Поверхня та лінія в просторі Поверхня в просторі. Класифікація поверхонь. Циліндрична та сферична системи координат. Типи поверхонь. Лінія в просторі. Параметричні рівняння поверхонь.	6
12	Площина у просторі Рівняння площини: через нормаль, загальне, у відрізках, нормальне. Відстань та відхилення. Взаємне розташування площин у просторі. Жмуток та зв'язка площин. Задачі на побудову.	4
13	Пряма у просторі Рівняння прямої: загальне, канонічне, параметричне. Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування прямої та площини. Зв'язка прямих. Геометричний зміст порядку алгебраїчної лінії.	6
14	Поверхні другого порядку Еліпсоїд. Однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди. Еліптичний та гіперболічний параболоїди. Циліндри. Основні характеристики, перерізи. Конус другого порядку.	4
15	Оператори в унітарних та евклідових просторах Спряжений, самоспряжений, унітарний та ортогональний оператори, їх властивості. Двоїсті базиси. Тензори в евклідовому просторі.	4
16	Спектральний розклад самоспряженого оператора Жорданів базис самоспряженого оператора. Проектор. Спектральний розклад самоспряженого оператора. Детальніше ознайомитися з питанням спектрального розкладу самоспряженого оператора.	4
17	Квадратичні та білінійні форми Означення та типи білінійних форм. Матриця білінійної форми. Квадратична форма, типи квадратичних форм. Знаковизначеність матриці квадратичної форми. Квадратичні форми та скалярний добуток.	6
18	Канонічний вигляд квадратичної форми	6

	Канонічне представлення квадратичної форми. Метод Лагранжа. Метод Якобі. Критерій Сільвестра. Застосування канонічного вигляду квадратичної форми до поверхонь другого порядку. Детальніше ознайомитися з методом Якобі.	
--	---	--

4. Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ РГР З ДИСЦИПЛІНИ «АЛГЕБРА ТА ГЕОМЕТРІЯ»

1. Робота виконується в окремому зошиті.
2. Варіант обирає викладач.
3. Умова до кожної задачі записується перед відповідною задачею.
4. Зошит підписується на титульній сторінці, де вказується номер варіанта.
5. Відповіді до кожної задачі виділяються у рамочку, щоб вберегти час викладача на їхні пошуки)))
6. РГР здається у встановлений викладачем термін, інакше бали за РГР втрачаються.
7. Плагіат не допускається!
8. Електронний варіант роботи надсилається викладачеві у вигляді pdf файлу!

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Осінній семестр

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом: табл. 1:

Таблиця 1

Се ме ст р	Навчальний час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		Семест рова атестац ія
	кредити	академічні години	лекції, акад. год.	практичні заняття, акад. год.	СРС	МКР	РГР, РР, ГР	
1	5	150	30	30	90	1		екзамен

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за виконання етапу модульної контрольної роботи;
- 2) балів за виконання модульної контрольної роботи;
- 3) балів за відповіді на колоквиумі;
- 4) балів за відповідь на екзамені

РЕЙТИНГ СТУДЕНТА З КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ

1. Бали за відповідь на колоквиумі

Максимальна кількість балів: 10 балів.

Теоретичні контрольні роботи (ТКР) проводяться у вигляді усної співбесіди на практичних заняттях:

- перша – після розгляду на лекціях матеріалу розділів 1 та 2
- друга – після розгляду на лекціях матеріалу розділів 3 та 4

Колоквиуми №1 та №2 містять по п'ять питань (формулювання означень, властивостей та теорем), за відповідь на кожне з яких можна отримати максимум 1 бал.

Максимальна кількість балів за колоквиуми:

$5 \times 1 \text{ бал} + 5 \times 1 \text{ бал} = 10 \text{ балів.}$

2. Бали за модульну контрольну роботу

Модульна контрольна робота поділяється на три 30-хвилинних контрольних роботи. Завдання на контрольну роботу містить п'ять практичних задач.

Максимальна кількість балів за розв'язання кожної задачі: 2 бал.

Критерії оцінювання:

2 – наведено повний та правильний розв'язок задачі, або при цьому допущено незначні арифметичні помилки/описки, які не вплинули істотно на розв'язок;

1 – наведений розв'язок є правильним, проте неповним (задача розв'язана не до кінця), або хід розв'язку є правильним та повним, але при цьому допущені помилки, які істотно вплинули на розв'язок;

0 – задача взагалі не розв'язана, або наведений розв'язок містить грубі помилки, або наведено тільки відповідь на задачу.

Максимальна кількість балів за модульний контроль:

$2 \text{ бал} \times 5 \text{ завд.} \times 3 \text{ контр. роб.} = 30 \text{ балів.}$

3. Бали за етап модульної контрольної роботи

Максимальна кількість балів за етап модульної контрольної роботи: 10 балів.

Бали нараховуються за:

- якість виконання завдань етапу модульної контрольної роботи: 0-10 балів.

Етап модульної контрольної роботи містить вісім завдань.

Критерії оцінювання якості виконання:

1,25 – задача розв'язана правильно або розв'язок містить арифметичні помилки/описки, які істотно не вплинули на розв'язок;

1 – розв'язок містить помилки, які істотно вплинули на відповідь, проте вірним є більш ніж 60 відсотків розв'язку;

0 – завдання взагалі не виконане, або наведений розв'язок містить менш ніж 60 відсотків вірної відповіді (в тому числі взагалі не наведена остаточна відповідь)..

Максимальна кількість балів за виконання етапу модульної контрольної роботи:

$8 \text{ завдань} \times 1,25 \text{ балів} = 10 \text{ балів.}$

4. Бали за відповідь на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 4 питань – 2 теоретичних та 2 практичних. Відповідь на кожне теоретичне та практичне запитання оцінюється 12.5 балами.

Критерії оцінювання кожного запитання екзаменаційної роботи:

9-12.5 балів – відповідь вірна, повна, добре аргументована;

7-8 балів – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

5-6 балів – у відповіді є незначні помилки;

2-4 бали – у відповіді є суттєві помилки;

0-1 балів – немає відповіді.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

12.5 балів × 4 запитання = **50 балів**.

5. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали **R_C = 50 балів**, вона визначається як сума додатних балів, отриманих за виконання етапу модульної контрольної роботи, модульної контрольної роботи, відповіді на теоретичні контрольні роботи, активність на практичних заняттях.

Екзаменаційна складова рейтингової шкали **R_E = 50 балів**.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: **R = R_C + R_E = 100 балів**.

6. Поточна атестація

На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **12 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першої атестації).

На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **20 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другої атестації).

7. Умова допуску до екзамену та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є семестровий рейтинг студента (**r_C**) не менше 40 % від **R_C**, тобто не менше **20 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента **RD** визначається як сума семестрового рейтингу студента **r_C** та балів **r_E**, отриманих на екзамені. Оцінка (**ECTS** та традиційна) виставляється відповідно до значення **RD** згідно з табл. 2.

8. Визначення оцінки в умовах дистанційної форми навчання

Студент, який набрав за поточний контроль **менше 30 балів** складає іспит. Іспит складається з двох практичних задач та подальшої усної співбесіди. Оцінка студенту, який набрав за поточний контроль **не менше 30 балів** розраховується за формулою:

$$60 + \frac{40(Rs-24)}{Rmax-24},$$

Де R_s – поточний бал студента, R_{max} – максимальний бал за семестр.

Таблиця 2

Рейтингові бали, RD	Оцінка за університетською шкалою
$95 \leq RD \leq 100$	Відмінно
$85 \leq RD \leq 94$	Дуже добре
$75 \leq RD \leq 84$	Добре
$65 \leq RD \leq 74$	Задовільно
$60 \leq RD \leq 64$	Достатньо
$RD < 60$	Незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено

Весняний семестр

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом: табл. 3:

Таблиця 3

Семестр	Навчальний час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		Семестрова атестація
	кредити	академічні години	лекції, акад. год.	практичні заняття, акад. год.	СРС	МКР	РГР, РР, ГР	
2	5	150	30	30	90	2	2	екзамен

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 5) балів за виконання розрахункової роботи;
- 6) балів за виконання модульної контрольної роботи;
- 7) балів за відповіді на колоквіумі;
- 8) балів за відповідь на екзамені

РЕЙТИНГ СТУДЕНТА З КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ

9. Бали за відповідь на колоквіумі

Максимальна кількість балів: 10 балів.

Теоретичні контрольні роботи (ТКР) проводяться у вигляді усної співбесіди на практичних заняттях:

- перша – після розгляду на лекціях матеріалу розділів 1 та 2
- друга – після розгляду на лекціях матеріалу розділів 3 та 4

Колоквіуми №1 та №2 містять по п'ять питань (формулювання означень, властивостей та теорем), за відповідь на кожне з яких можна отримати максимум 1 бал.

Максимальна кількість балів за колоквіуми:

$5 \times 1 \text{ бал} + 5 \times 1 \text{ бал} = 10 \text{ балів.}$

10.Бали за модульну контрольну роботу

Модульна контрольна робота поділяється на три 30-хвилинних контрольних роботи. Завдання на контрольну роботу містить п'ять практичних задач.

Максимальна кількість балів за розв'язання кожної задачі: 2 бал.

Критерії оцінювання:

2 – наведено повний та правильний розв'язок задачі, або при цьому допущено незначні арифметичні помилки/описки, які не вплинули істотно на розв'язок;

1 – наведений розв'язок є правильним, проте неповним (задача розв'язана не до кінця), або хід розв'язку є правильним та повним, але при цьому допущені помилки, які істотно вплинули на розв'язок;

0 – задача взагалі не розв'язана, або наведений розв'язок містить грубі помилки, або наведено тільки відповідь на задачу.

Максимальна кількість балів за модульний контроль:

$2 \text{ бал} \times 5 \text{ завд.} \times 3 \text{ контр. роб.} = 30 \text{ балів.}$

11.Бали за розрахункову роботу

Максимальна кількість балів за розрахункову роботу: 10 балів.

Бали нараховуються за:

- якість виконання завдань розрахункової роботи: 0-10 балів.

Розрахункова робота містить вісім завдань.

Критерії оцінювання якості виконання:

1,25 – задача розв'язана правильно або розв'язок містить арифметичні помилки/описки, які істотно не вплинули на розв'язок;

1 – розв'язок містить помилки, які істотно вплинули на відповідь, проте вірним є більш ніж 60 відсотків розв'язку;

0 – завдання взагалі не виконане, або наведений розв'язок містить менш ніж 60 відсотків вірної відповіді (в тому числі взагалі не наведена остаточна відповідь)..

Максимальна кількість балів за виконання та захист розрахункової роботи:

$8 \text{ завдань} \times 1,25 \text{ балів} = 10 \text{ балів.}$

12. Бали за відповідь на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 4 питань – 2 теоретичних та 2 практичних. Відповідь на кожне теоретичне та практичне запитання оцінюється 12.5 балами.

Критерії оцінювання кожного запитання екзаменаційної роботи:

9-12.5 балів – відповідь вірна, повна, добре аргументована;

7-8 балів – в цілому відповідь вірна, але має недоліки;

5-6 балів – у відповіді є незначні помилки;
2-4 бали – у відповіді є суттєві помилки;
0-1 балів – немає відповіді.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

12.5 балів $\times$ 4 запитання = **50 балів**.

13. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали $R_C = 50$ балів, вона визначається як сума додатних балів, отриманих за виконання домашньої контрольної роботи, модульної контрольної роботи, відповіді на теоретичні контрольні роботи, активність на практичних заняттях.

Екзаменаційна складова рейтингової шкали $R_E = 50$ балів.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: $R = R_C + R_E = 100$ балів.

14. Поточна атестація

На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **12 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першої атестації).

На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше **20 балів** (50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другої атестації).

15. Умова допуску до екзамену та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є семестровий рейтинг студента (r_C) не менше 40 % від R_C , тобто не менше **20 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента RD визначається як сума семестрового рейтингу студента r_C та балів r_E , отриманих на екзамені. Оцінка (ECTS та традиційна) виставляється відповідно до значення RD згідно з табл. 4.

16. Визначення оцінки в умовах дистанційної форми навчання

Студент, який набрав за поточний контроль **менше** 30 балів складає іспит. Іспит складається з двох практичних задач та подальшої усної співбесіди. Оцінка студенту, який набрав за поточний контроль **не менше** 30 балів розраховується за формулою:

$$60 + \frac{40(Rs - 24)}{R_{max} - 24},$$

Де Rs – поточний бал студента, R_{max} – максимальний бал за семестр.

Таблиця 4

Рейтингові бали, RD	Оцінка за університетською шкалою
-----------------------	-----------------------------------

$95 \leq RD \leq 100$	Відмінно
$85 \leq RD \leq 94$	Дуже добре
$75 \leq RD \leq 84$	Добре
$65 \leq RD \leq 74$	Задовільно
$60 \leq RD \leq 64$	Достатньо
$RD < 60$	Незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік теоретичних питань, що виносяться на іспит:

Осінній семестр

1. Матриці. Види матриць.
2. Лінійні операція над матрицями.
3. Добуток матриць.
4. Транспоновані матриці. Многочлени від матриць.
5. Визначники довільних порядків.
6. Властивості визначників.
7. Методи обчислення визначників.
8. Обернена матриця. Визначення, умови існування.
9. Обернена матриця. Методи знаходження.
10. Лінійна незалежність. База та ранг системи векторів.
11. Критерії та ознаки лінійної залежності і незалежності.
12. Ранг матриці. Визначення, методи знаходження.
13. Теорема про базисний мінор.
14. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основні поняття.
15. Сумісність систем лінійних алгебраїчних рівнянь Теорема Кронекера-Капелі.
16. Формули Крамера знаходження розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
17. Розв'язок неоднорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
18. Розв'язок однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків.
19. Метод Гауса і метод Жордана-Гауса пошуку розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
20. Геометричні вектори. Їх властивості.
21. Лінійні операції над геометричними векторами та їх властивості.
22. Лінійна залежність та незалежність геометричних векторів.
23. Базис та розклад по базису в просторі геометричних векторів.
24. Система координат. Ортогональна проекція вектора на напрям.
25. Прямокутна декартова система координат. Вектори в прямокутній декартовій системі координат.
26. Відстань між точками. Ділення відрізка у заданому відношенні.
27. Скалярний добуток. Визначення, властивості.
28. Скалярний добуток в координатах. Кут між векторами.
29. Векторний добуток. Визначення, властивості.

30. Векторний добуток в координатах. Геометричний зміст векторного добутку.
31. Подвійний векторний та мішаний добуток. Визначення, вигляд в координатах.
32. Властивості мішаного добутку.
33. Лінія на площині. Визначення, класифікація.
34. Лінії на площині. Способи задання.
35. Полярна система координат. Лінія в полярній системі координат. Зв'язок координат в полярній і прямокутній декартовій системах.
36. Пряма на площині. Визначення, загальне рівняння, рівняння прямої через вектор нормалі, канонічне рівняння прямої.
37. Пряма на площині. Визначення, рівняння у відрізках, рівняння через кутовий коефіцієнт, параметричне рівняння.
38. Пряма на площині. Визначення, нормальне рівняння прямої. Відхилення точки від прямої.
39. Взаємне розташування прямих на площині.
40. Пучок прямих на площині.
41. Лінії другого порядку на площині. Еліпс.
42. Лінії другого порядку на площині. Гіпербола.
43. Лінії другого порядку на площині. Парабола.
44. Поняття ексцентриситету. Визначення невиродженої лінії другого порядку на його основі.
45. Перетворення декартової прямокутної системи координат на площині.
46. Класифікація ліній другого порядку. Приведення лінії другого порядку до канонічного вигляду.
47. Многочлени. Операції над многочленами.
48. Ділення многочленів. Теорема про ділення многочленів.
49. Найбільший спільний дільник двох многочленів. Знаходження найбільшого спільного дільника.
50. Корені многочленів. Теорема Безу.
51. Розширене визначення кореня многочлена. Зв'язок між коренями многочлена та коренями його похідної.
52. Основна теорема алгебри. Наслідки 1, 2.
53. Основна теорема алгебри. Наслідок 3.
54. Основна теорема алгебри. Наслідки 4.
55. Основна теорема алгебри. Наслідки 5.

Весняний семестр

4. Лінійні простори.
5. Лінійний простір та підпростір.
6. Розмірність та базис лінійного простору.
7. Евклідові та унітарні простори.
8. Нерівність Коши-Буняковського.
9. Ортогональність. Норма вектора.
10. Відображення лінійних просторів.
11. Лінійний оператор. Алгебра лінійних операторів.
12. Матриця оператора. Поняття функціонала
13. Структура лінійного оператора.

14. Власні числа та власні вектори.
15. Інваріантні підпростори. Жорданова форма
16. Аналітична геометрія в просторі.
17. Поверхня та лінія в просторі.
18. Площина та пряма в просторі.
19. Поверхні другого порядку.
20. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах.
21. Спряжений, самоспряжений та унітарний оператори.
22. Спектральний розклад самоспряженого оператора.
23. Квадратичні форми.
24. Білінійні та квадратичні форми.
25. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Метод Лагранжа.
26. Приведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Метод Якобі.
27. Критерій Сільвестра.
28. Приведення рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцент, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, Третиник Віолета Вікентіївна

Ухвалено кафедрою прикладної математики (протокол засідання кафедри ПМА №14 від 14.05.2025)

Погоджено Методичною комісією ФПМ¹ (протокол Методичної комісії ФПМ №11 від 23.05.2025)

¹ Методичною радою університету – для загальноуніверситетських дисциплін.