



КЛАСИЧНА ТА СУЧАСНА ТЕОРІЇ

ПАРАБОЛІЧНИХ ЗАДАЧ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити/120 год. (36 год.-лекції, 18 год.-практичні заняття, СРС 66 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік/ МКР, поточний контроль</i>
Розклад занять	<i>https://schedule.kpi.ua/</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доктор фіз.-мат. наук, професор Лось Валерій Миколайович, v_los@yahoo.com Практичні / Семінарські: доктор фіз.-мат. наук, професор Лось Валерій Миколайович, v_los@yahoo.com</i>
Розміщення курсу	<i>Slack</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Диференціальні рівняння в частинних похідних параболічного типу описують широке коло фізичних процесів, зокрема, теплообмін, дифузія у неперервних середовищах тощо. Перехід від класичних до узагальнених розв'язків дозволяє істотно послабити умови на коефіцієнти і праві частини крайових задач, що є важливим з практичної точки зору. Умови коректної розв'язності параболічних крайових задач в їх сучасній теорії формулюються в термінах приналежності правих частин задачі анізотропним просторам Соболева. Використання узагальнених просторів Соболева дає можливість ще покращити ці результати.

Метою навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з класичною та сучасною теорією граничних задач для параболічних рівнянь в анізотропних просторах Соболева та узагальнених анізотропних просторах Соболева.

Предметом дисципліни є властивості анізотропних просторів Соболева (класичних та узагальненої гладкості), методи розв'язування граничних задач для параболічних диференціальних рівнянь, властивості їх узагальнених та класичних розв'язків.

Результати навчання:

- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної

математики і використовувати їх на практиці;

- володіти основними положеннями та методами теорії параболічних крайових задач;
- уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з розв'язанням крайових задач для параболічних рівнянь;
- володіти основними методами розробки математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку;
- уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліні «Класична та сучасна теорії параболічних задач» передують дисципліни «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика.

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. КЛАСИЧНА ТЕОРІЯ ПАРАБОЛІЧНИХ ЗАДАЧ

Тема 1.1. Класифікація рівнянь в частинних похідних

Тема 1.2. Рівняння теплопровідності.

Тема 1.3. Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач.

РОЗДІЛ 2. СУЧАСНА ТЕОРІЯ ПАРАБОЛІЧНИХ ЗАДАЧ

Тема 2.1. Узагальнені функції

Тема 2.2. Простори Соболева.

Тема 2.3. Узагальнені простори Соболева.

Тема 2.4. Параболічний оператор.

Тема 2.5. Параболічні крайові задачі в просторах Соболева.

Тема 2.6. Параболічні крайові задачі в узагальнених просторах Соболева.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Т.А. Мельник, А.П. Крєневич Теорія просторів Соболева та узагальнені розв'язки крайових задач. К. : ВПЦ «Київський університет», 2019. – 200с.
2. В. М. Лось, В. А. Михайлець, О. О. Мурач. Параболічні граничні задачі та узагальнені простори Соболева. Проект «Наукова книга», Київ, Наукова думка, 2021. – 164с.
<https://doi.org/10.37863/3610996111-07>
3. Івасишен С. Д., Лавренчук В. П., Івасюк Г. П., Рева Н. В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики: навчальний посібник. – Чернівці: Видавничий дім «РОДОВІД», 2015. – 358 с.

Допоміжна література

1. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: підручник. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2017. – 372 с.

2. Los V., Mikhailets A., Murach A. Parabolic problems in generalized Sobolev spaces // Commun. Pure and Appl. Anal – 2021. – 20, no. 10. - P. 3605 - 3636. (Open Access).

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Класифікація рівнянь в частинних похідних Квазілінійні рівняння в частинних похідних другого порядку. Класифікація рівнянь в частинних похідних у випадку двох незалежних змінних.
2	Рівняння теплопровідності Задачі, що приводять до рівнянь параболічного типу.
3	Рівняння теплопровідності Перша крайова задача для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму.
4	Рівняння теплопровідності Задача Коші для рівняння теплопровідності. Єдиність класичного розв'язку.
5	Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач. Параболічні задачі з різними крайовими умовами. Метод Фур'є.
6	Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач. Задача Коші. Формула Пуассона.
7	Узагальнені функції Поняття про узагальнені функції. Дії на ними. Диференціювання УФ.
8	Простори Соболева. Простори Соболева в області та на многовиді. Оператор сліду.
9	Простори Соболева. Теорема вкладання Соболева.
10	Простори Соболева. Анізотропні простори Соболева.
11	Узагальнені простори Соболева. Повільно змінні функції, їх інтегральний опис, приклади.
12	Узагальнені простори Соболева. Узагальнені простори Соболева в усьому просторі та області.
13	Узагальнені простори Соболева. Узагальнені простори Соболева на многовиді. Анізотропні узагальнені простори Соболева.
14	Параболічний оператор. Поняття параболічного за Петровським диференціального оператора. Приклади.
15	Параболічний оператор. Крайові умови. Умова накривання. Параболічна крайова задача.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
16	Параболічні крайові задачі в просторах Соболева. Теорема про ізоморфізми породжені крайовою задачею для параболічного рівняння другого порядку з крайовою умовою Діріхле в анізотропних просторах Соболева.
17	Параболічні крайові задачі в узагальнених просторах Соболева. Теорема про ізоморфізми для параболічної крайової задачі в узагальнених просторах Соболева.
18	Параболічні крайові задачі в узагальнених просторах Соболева. Умови класичності узагальнених розв'язків параболічних задач.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Класифікація рівнянь з двома незалежними змінними Класифікація рівнянь в частинних похідних та приведення їх до канонічного вигляду
2	Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач. Метод Фур'є розділення змінних для параболічних рівнянь (однорідні крайові умови)
3	Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач. Метод Фур'є розділення змінних для параболічних рівнянь (неоднорідна задача)
4	Методи побудови класичних розв'язків параболічних задач. Задача Коші. Формула Пуассона.
5	Узагальнені функції Приклади узагальнених функцій. Дії на ними. Диференціювання УФ.
6	Простори Соболева. Приклади просторів Соболева в області і на многовиді. Сліди функцій з просторів Соболева. Теорема вкладання.
7	Узагальнені простори Соболева. Повільно змінні функції, приклади. Узагальнені анізотропні простори Соболева.
8	Параболічний оператор. Означення параболічного за Петровським диференціального оператора. Крайові умови. Умова накривання. Параболічна крайова задача.
9	Параболічні крайові задачі в узагальнених просторах Соболева. Теорема про ізоморфізми для параболічної крайової задачі в узагальнених просторах Соболева. Умови класичності узагальнених розв'язків параболічних задач.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента полягає:

- підготовка до лекційних та практичних занять – систематично до 2 год. на заняття,
- підготовка до модульних контрольних робіт - до 5 год на роботу,
- підготовка до колоквиуму - до 5 год.

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1. Систематичне відвідування лекційних і практичних занять.
2. Перескладання (переписування) модульної контрольної роботи не передбачене.
3. У випадку недостатньої кількості балів (менше 60) перед заліком може бути дано додаткові завдання, щоб добрати бали до 60.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за виконання модульної контрольної роботи;
- 2) балів за активність на практичних заняттях
- 3) балів за відповідь на колоквіумі

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Бали за модульну контрольну роботу

Модульна контрольна робота поділяється на дві 45-хвилинні контрольні роботи, що проводяться у вигляді тестів. Завдання на тестові контрольні роботи містять по 5 типових практичних прикладів.

Кількість балів за розв'язання кожного прикладу: 3 бали.

Критерії оцінювання:

3 – правильна відповідь;

0 – неправильна відповідь;

Викладач має право після завершення тесту вибірково запросити фотокопії студентських робіт та поставити нуль балів за завдання, розв'язання яких буде відсутнє чи неправильне.

Максимальна кількість балів за модульний контроль:

3 бали × 5 завд. × 2 тест. контр. роб. = **30 балів**.

2. Бали за активність на практичних заняттях

Бали нараховуються за плідну роботу та відповіді на практичних заняттях. Але не більше ніж **10 балів** протягом усього семестру.

1 бал --- самостійно правильно розв'язане завдання і прокоментоване розв'язання

0.5 бала --- плідна робота на практичному занятті (ці бали нараховуються, якщо студент був присутній на занятті і виконував усі практичні завдання, які на ньому розв'язувалися)

0 балів --- пасивна робота на практичному занятті

3. Бали за відповідь на колоквіумі

Колоквіум відбувається у формі усної співбесіди викладача із студентом. Викладач задає студенту поступово декілька питань, на які студент відразу повинен надавати свою відповідь. Питання викладача можуть бути як продовженням опитування за попереднім питанням, так і бути на іншу тему.

За відповідь на кожне питання студент отримує певну кількість балів. Питання, в залежності від їх складності можуть вартувати від 1 до 5 балів.

Максимальна кількість балів за відповідь на колоквіумі дорівнює **10 балів**.

Під час відповіді на питання колоквіуму максимальну кількість балів студент отримує у випадку, якщо він надав повні та правильні відповіді на всі запитання викладача або припустився незначних похибок, які не вплинули на саму відповідь.

Нуль балів студент отримує у випадку, коли відповідь на запитання взагалі не була надана або містить грубі помилки. Якщо відповідь частково правильна, то студент за неї отримує, як правило, кількість балів, вдвічі меншу за максимально можливу за відповідне запитання.

4. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали $R_C = 50$ балів, вона визначається як сума балів, отриманих за виконання модульної контрольної роботи, активність на практичних заняттях та відповідь на колоквіумі.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:

$$R = 60 + 40 * (R_{\max} - R_{\text{доп}}) / (R_C - R_{\text{доп}}) = 100 \text{ балів,}$$

тут $R_{\max} = 50$ – максимальний можливий семестровий рейтинг студента,

$R_{\text{доп}} = 25$ – мінімальна кількість балів, необхідна для допуску.

5. Умова допуску до семестрової атестації та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до семестрової атестації є семестровий рейтинг студента ($R_{\text{ст}}$) не менше 50 % від R_C , тобто не менше **25 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента R_D визначається за формулою

$$R_D = 60 + 40 * (R_{\text{ст}} - R_{\text{доп}}) / (R_C - R_{\text{доп}}) = 20 + 1,6 * R_{\text{ст}}$$

Оцінка виставляється відповідно до значення R_D :

Сумарний рейтинг R_D	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
$25 \leq R_D \leq 59$	Незараховано
$R_{\text{ст}} < 25$	Не допущений

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено проф, д.ф.-м.н., проф. Лось Валерій Миколайович.

Ухвалено кафедрою прикладної математики (протокол № 10 від 02.01.2024р.)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 6 від 26.01.2024р.)