Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра прикладної математики

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ - ПО11

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	***Перший (бакалаврський)***
Галузь знань	*F інформаційні технології*
Спеціальність	*F1 прикладна математика*
Освітня програма	*Машинне навчання та математичне моделювання*
Статус дисципліни	*Нормативна*
Форма навчання	*очна(денна)*
Рік підготовки, семестр	*2 курс, весняний семестр*
Обсяг дисципліни	*5 кредитів / 150 год., (60год.-лекції, 30 год.-практичні заняття, СРС 60год.)*
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*екзамен / РГР, МКР, поточний контроль*
Розклад занять	*https://schedule.kpi.ua/*
Мова викладання	*Українська*
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: *канд. фіз.-мат. наук, доцент, Костюшко Ірина Антоліївна,* kostushkoia5@gmail.com Практичні / Семінарські: *кандидат фіз.-мат. наук наук, доцент, Костюшко Ірина Анатоліївна;* *PhD з прикладної математики, асистент, Мазурик Роман Володимирович*
Розміщення курсу	Slack

Програма навчальної дисципліни

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Теорія диференціальних рівнянь є одним із центральних розділів математики. Поняття та методи цієї теорії дозволяють на строгому математичному рівні формулювати постановки як класичних, так і сучасних математичних задач та будувати їх розв'язки. Диференціальні рівняння знаходять свої застосування практично в усіх областях математики.

Предметом дисципліни є методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь і систем першого та вищих порядків; дослідження існування, єдиності, стійкості розв'язків диференціальних рівнянь.

Мета та завдання кредитного модуля

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів таких

знань:

- загальної теорії звичайних диференційних рівнянь;
- постановки та умов єдиності розв'язку задачі Коші для основних типів звичайних диференціальних рівнянь;
- теорії крайових задач другого порядку в тому числі задачі Штурма-Ліувіля;
- геометричного підходу до теорії звичайних диференціальних рівнянь;
- стійкість нерухомих точок в сенсі Ляпунова та методи дослідження на стійкість;

та умінь:

- розв'язувати задачу Коші для основних типів звичайних диференційних рівнянь першого та вищих порядків та систем диференціальних рівнянь;
- будувати фазові портрети систем диференціальних рівнянь;
- аналізувати нелінійні рівняння та досліджувати стійкість нерухомих точок, як безпосередньо через функцію Ляпунова так і через дослідження відповідної лінеаризованої системи;
- використовувати методи диференціальних рівнянь в теоретичних і прикладних дослідженнях.

Основні завдання навчальної дисципліни.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти набудуть такі **компетентності:**

ФК01 Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;

ФК02 Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;

ФК14 Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

Програмними результатами навчання є:

РН02 володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами;

РН03 формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів;

РН06 володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку;

Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

– дисципліні «Диференціальні рівняння» передує дисципліна «Математичний аналіз» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика;
– дисципліна «Диференціальні рівняння» забезпечує вивчення дисциплін «Чисельні методи» та «Основи класичної фізики» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1 РІВНЯННЯ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ ТА ТЕОРІЯ ІСНУВАННЯ

1 Вступ. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь
2 Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння
3 Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі та Ріккаті
4 Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник
5 Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро
6 Теорема Пікара про існування та єдиність розв'язку задачі Коші
7 Теорема Пеано. Продовження розв'язку. Коректність задачі Коші
8 Наближені та чисельні методи інтегрування

РОЗДІЛ 2 РІВНЯННЯ ВИЩИХ ПОРЯДКІВ

9 Рівняння вищих порядків. Зниження порядку
10 Лінійні рівняння n-го порядку. Фундаментальна система розв'язків
11 Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами
12 Лінійні неоднорідні рівняння. Варіація сталих і невизначені коефіцієнти
13 Лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Рівняння Ейлера

РОЗДІЛ 3 СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

14 Нормальні системи диференціальних рівнянь
15 Перші інтеграли. Метод виключення
16 Загальна теорія лінійних систем
17 Неоднорідні лінійні системи. Формула Коші
18 Системи зі сталими коефіцієнтами: спектральний метод
19 Матрична експонента та функції від матриць

РОЗДІЛ 4 СТІЙКІСТЬ І ЯКІСНА ТЕОРІЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

20 Стійкість за Ляпуновим. Стійкість лінійних систем
21 Стійкість за першим наближенням
22 Прямий (другий) метод Ляпунова
23 Автономні системи. Фазова площина й точки спокою
24 Граничні цикли, автоколивання та біфуркації

РОЗДІЛ 5 СПЕЦІАЛЬНІ МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ ТА КРАЙОВІ ЗАДАЧІ

25 Інтегрування диференціальних рівнянь степеневими рядами
26 Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь
27 Крайові задачі для лінійних рівнянь. Функція Гріна
28 Задача Штурма–Ліувілля. Підсумкова лекція

Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Турчина Н.І. Звичайні диференціальні рівняня: методи розв’язування та застосування. . – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 329 с. https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/24974/1/Dyferentsialni_rivniannia.pdf
2. Лось В. М., Мальчиков В. В. Звичайні диференціальні рівняння: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 66 с. https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/45083/1/Los_Malchykov_Zvychaini-dyferentsialni-rivniannia.pdf
3. Лось, В. М. Диференціальні рівняння. Практикум. Частина 2 [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю F1 Прикладна

математика / В. М. Лось, В. В. Третиник, О. М. Андрусенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл: 4,99 Мбайт). – Київ : ПТФ «Просвіта», 2026. – 147 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/81948
4. А.М. Самойленко, , М.О. Перестюк, І.О. Парасюк Диференціальні рівняння Київ, Либідь, 2003 - 600с.
5. А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. Київ, В.Школа, 1994 - 455с.

Допоміжна література

6. Збірник задач з диференціальних рівнянь : навч. посіб. / кол. авт.: П. І. Каленюк, П. П. Костробій, З. М. Нитребич та ін. ; за ред. проф. П. І. Каленюка. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 232 с.
7. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу – К: Вища школа, 1974. – 456 с.

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
	Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння першого порядку та теорія існування
1	**Вступ. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь** Задачі природознавства, техніки та економіки, що приводять до диференціальних рівнянь. Означення ДР, його порядок і розв'язок; інтегральна крива. Загальний і частинний розв'язки, загальний інтеграл, особливий розв'язок. Задача Коші та її геометричний зміст. Поле напрямів, ізокліни, метод ізоклін. Огляд структури курсу й місця теорії ДР у прикладній математиці.
2	**Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння** Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними; втрата розв'язків при діленні. Рівняння вигляду $y' = f(ax + by + c)$. Однорідні функції нульового виміру; рівняння $y' = f(y/x)$ і підстановка $y = ux$. Узагальнено однорідні рівняння. Рівняння, звідні до однорідних; вироджений випадок паралельних прямих. Ортогональні та ізогональні траєкторії.
3	**Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі та Ріккаті** Структура загального розв'язку лінійного рівняння; лінійність відносно початкових даних. Метод підстановки $y = uv$ (Бернуллі) та метод варіації довільної сталої (Лагранжа). Інтегрувальний множник лінійного рівняння. Рівняння Бернуллі та заміна $z = y^{1-n}$. Рівняння Ріккаті: незвідність у квадратурах у загальному випадку, зведення за відомим частинним розв'язком, ангармонічне співвідношення чотирьох розв'язків.
4	**Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник** Критерій повного диференціала $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$; відновлення потенціальної функції двома способами. Зв'язок із криволінійним інтегралом, незалежним від шляху інтегрування, та з потенціальними полями. Рівняння в частинних похідних для інтегрувального множника; теорема про існування μ. Практично важливі випадки $\mu(x)$, $\mu(y)$, $\mu(xy)$, $\mu(x^2 + y^2)$.
5	**Рівняння, не розв'язані відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро** Рівняння $F(x, y, y') = 0$; теорема існування та єдиності (теорема про неявну функцію). Метод введення параметра; параметричне подання інтегральних кривих. Неповні рівняння $F(x, y') = 0$ і $F(y, y') = 0$.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
	Рівняння Лагранжа і рівняння Клеро. Особливі розв'язки; p-дискримінантна та C-дискримінантна криві, обвідна сім'ї інтегральних кривих, точки звороту.
6	**Теорема Пікара про існування та єдиність розв'язку задачі Коші** Умова Ліпшиця та її зв'язок з обмеженістю $\partial f/\partial y$. Еквівалентність задачі Коші інтегральному рівнянню. Повні метричні простори; принцип стиснутих відображень Банаха. Метод послідовних наближень і повне доведення теореми Пікара; локальність результату. Лема Гронуолла та її наслідки. Оцінка похибки n-го наближення. Приклади порушення єдиності.
7,8	**Теорема Пеано. Продовження розв'язку. Коректність задачі Коші** Теорема Арцела–Асколі; теорема Пеано про існування без умови Ліпшиця. Воронка й лійка інтегральних кривих. Продовження розв'язку, максимальний інтервал існування, вихід із компакта; розв'язки з «вибухом» за скінченний час. Неперервна залежність розв'язку від початкових даних і параметрів; диференційовність за параметром, рівняння в варіаціях. Коректність задачі за Адамаром.
9	**МКР №1**
Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків	
10	**Рівняння вищих порядків. Зниження порядку** Задача Коші для рівняння n-го порядку; теорема існування та єдиності. Механічний зміст початкових умов. Рівняння $y^{(n)} = f(x)$. Рівняння, що не містять шуканої функції або її нижчих похідних; рівняння, що не містять незалежної змінної (заміна $p = y'$, $y'' = p\cdot dp/dy$). Рівняння, однорідні відносно y та її похідних; узагальнено однорідні рівняння; точні рівняння та їх перші інтеграли.
11	**Лінійні рівняння n-го порядку. Фундаментальна система розв'язків** Лінійний диференціальний оператор L[y] та його властивості; принцип суперпозиції. Лінійна залежність і незалежність системи функцій; визначник Вронського, необхідна умова та достатня умова для розв'язків ЛОДР. Теорема про розмірність простору розв'язків; фундаментальна система розв'язків. Формула Остроградського–Ліувілля та її застосування. Структура загального розв'язку ЛОДР і ЛНДР
12	**Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами** Характеристичне рівняння; побудова ФСР за його коренями. Прості дійсні корені; кратні корені та розв'язки $x^k e^{\lambda x}$; комплексно-спряжені корені й перехід до дійсної ФСР. Рівняння порядку $n > 2$; кратні комплексні корені. Розташування коренів на комплексній площині та поведінка розв'язків при $t \to \infty$ (попередній вихід на теорію стійкості).
13	**Лінійні неоднорідні рівняння. Варіація сталих і невизначені коефіцієнти** Структура загального розв'язку ЛНДР. Метод варіації довільних сталих (Лагранжа) для рівняння n-го порядку; система для похідних C'_i та її розв'язність. Метод невизначених коефіцієнтів для правої частини типу квазімногочлена $e^{\alpha x}(P_m(x)\cos \beta x + Q_k(x)\sin \beta x)$; резонансний випадок і кратність кореня. Застосування: вільні, згасаючі та вимушені коливання, резонанс і биття, електромеханічна аналогія.
14	**Лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Рівняння Ейлера** Рівняння Ейлера та заміна $x = e^t$; визначальне рівняння, випадки кратних і комплексних коренів; неоднорідне рівняння Ейлера. Зниження порядку за відомим частинним розв'язком. Побудова другого лінійно незалежного розв'язку за формулою Остроградського–Ліувілля. Зведення рівняння другого порядку до самоспряженого та до нормального вигляду. Теореми порівняння Штурма про нулі розв'язків; осциляційність і неосциляційність.
Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь	
15	**Нормальні системи диференціальних рівнянь** Нормальна система n рівнянь першого порядку; векторний запис $X' = F(t, X)$. Зведення рівняння n-го порядку до нормальної системи і навпаки. Задача Коші для системи; теорема існування та єдиності у векторній формі (доведення методом стиснутих відображень; векторна лема Гронуолла). Продовження розв'язків і неперервна залежність від початкових даних. Фазовий і розширений фазовий простори.
16	**Перші інтеграли. Метод виключення**

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
	Метод виключення: зведення системи до одного рівняння вищого порядку. Інтегровні комбінації; симетрична форма запису системи. Перший інтеграл системи; функціональна незалежність перших інтегралів. Повна система n − 1 незалежних перших інтегралів і загальний розв'язок. Приклади: закони збереження в механіці.
17	**Загальна теорія лінійних систем** Однорідна лінійна система $X' = A(t)X$; лінійний простір розв'язків і його розмірність. Фундаментальна система розв'язків, фундаментальна матриця, матрицант (нормована фундаментальна матриця). Вронскіан системи; формула Ліувілля–Остроградського для систем. Перетворення фундаментальних матриць; зведення системи до трикутного вигляду.
18	**Неоднорідні лінійні системи. Формула Коші** Структура загального розв'язку неоднорідної системи. Метод варіації довільних сталих у матричній формі. Формула Коші $X(t) = \Phi(t)\Phi^{-1}(t_0)X_0 + \int\Phi(t)\Phi^{-1}(s)f(s)ds$; матриця Коші як імпульсна перехідна характеристика системи. Принцип Дюамеля; задача про вимушені рухи лінійної системи.
19	**Системи зі сталими коефіцієнтами: спектральний метод** Характеристичне рівняння $\det(A - \lambda E) = 0$. Побудова розв'язків за власними значеннями та власними векторами; випадок простого спектра. Комплексно-спряжені власні значення й перехід до дійсної фундаментальної системи. Кратні власні значення: геометрична та алгебраїчна кратності, приєднані (кореневі) вектори, жорданові ланцюжки; метод невизначених коефіцієнтів.
20	**Матрична експонента та функції від матриць** Означення e^(At) степеневим рядом; збіжність і основні властивості. Обчислення e^(At) через жорданову нормальну форму, через інтерполяційний многочлен Лагранжа–Сильвестра та через перетворення Лапласа. Зв'язок e^(At) із нормованою фундаментальною матрицею. Розв'язок задачі Коші $X(t) = e^{At}X_0 + \int e^{A(t-s)}f(s)ds$; властивості напівгрупи.
21	**МКР №2**
Змістовий модуль 4. Стійкість і якісна теорія диференціальних рівнянь	
22	**Стійкість за Ляпуновим. Стійкість лінійних систем** Означення стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості за Ляпуновим; зведення задачі до дослідження нульового розв'язку. Стійкість лінійних систем зі сталими коефіцієнтами за спектром матриці; експоненційні оцінки розв'язків. Критерій Рауса–Гурвіца; критерій Михайлова та частотні критерії. Стійкість лінійних систем зі змінними коефіцієнтами; характеристичні показники Ляпунова.
23	**Стійкість за першим наближенням** Лінеаризація нелінійної системи в околі точки спокою; матриця Якобі. Теорема Ляпунова про асимптотичну стійкість за першим наближенням і теорема про нестійкість (з доведенням). Критичні випадки, коли перше наближення не дає відповіді (чисто уявні або нульові власні значення). Контрприклади, що показують суттєвість умов теорем.
24	**Прямий (другий) метод Ляпунова** Знаковизначені, знакосталі та знакозмінні функції; похідна функції Ляпунова за системою. Теореми Ляпунова про стійкість і асимптотичну стійкість; теорема Четаєва про нестійкість; теорема Барбашина–Красовського та принцип інваріантності Ла-Салля. Побудова функцій Ляпунова: квадратичні форми, матричне рівняння Ляпунова $A^{T}P + PA = -Q$, енергетичні функції. Оцінка області притягання.
25	**Автономні системи. Фазова площина й точки спокою** Автономні системи; властивості траєкторій (незалежність від зсуву за часом, неперетинність), типи траєкторій. Класифікація точок спокою лінійної системи на площині: стійкий і нестійкий вузол, сідло, фокус, центр, дикритичний і вироджений вузли; діаграма «слід — визначник». Побудова фазових портретів нелінійних систем; сепаратриси, поведінка поблизу сідла. Консервативні системи та перший інтеграл як функція Ляпунова.
26	**Граничні цикли, автоколивання та біфуркації** Індекс Пуанкаре замкненої кривої; критерій Бендіксона–Дюлака про відсутність замкнених траєкторій; теорема Пуанкаре–Бендіксона. Граничні цикли, їх стійкість; автоколивальні системи, рівняння Ван дер Поля, релаксаційні коливання. Біфуркації в однопараметричних сім'ях: сідло-вузлова, транскритична, вилчаста, біфуркація Андронова–Хопфа. Оглядово: система Лоренца, дивний атрактор, чутливість до початкових даних, детермінований хаос

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
Змістовий модуль 5. Спеціальні методи інтегрування та крайові задачі	
27	**Інтегрування диференціальних рівнянь степеневими рядами** Аналітичність розв'язку в околі звичайної точки (теорема Коші про аналітичний розв'язок); метод мажорант. Метод невизначених коефіцієнтів і рекурентні співвідношення; оцінка радіуса збіжності. Регулярні особливі точки; визначальне рівняння та метод Фробеніуса; випадки коренів, що різняться на ціле число, і кратних коренів. Рівняння Бесселя, Лежандра, гіпергеометричне; спеціальні функції як розв'язки диференціальних рівнянь.
28	**Операційний метод розв'язування диференціальних рівнянь** Перетворення Лапласа: оригінал і зображення, умови існування, область збіжності. Основні теореми: лінійність, диференціювання та інтегрування оригіналу й зображення, теореми зміщення та запізнення, теорема про згортку, граничні теореми. Розв'язування задачі Коші для рівнянь і систем зі сталими коефіцієнтами; обернене перетворення й теорема розкладу. Імпульсні дії: функція Гевісайда, δ-функція Дірака; передатна функція та частотні характеристики лінійної системи.
29	**Крайові задачі для лінійних рівнянь. Функція Гріна** Відмінність крайової задачі від задачі Коші: приклади відсутності розв'язку та неєдиності. Однорідні й неоднорідні крайові умови; самоспряжені крайові задачі. Альтернатива Фредгольма для крайової задачі. Функція Гріна: означення, властивості, побудова через ФСР; зображення розв'язку неоднорідної задачі інтегралом із ядром Гріна. Чисельні методи: метод стрільби, метод скінченних різниць, метод прогонки.
30	**Задача Штурма–Ліувілля. Підсумкова лекція** Задача Штурма–Ліувілля $(p(x)y')' + (q(x) + \lambda\rho(x))y = 0$ з однорідними крайовими умовами; самоспряженість оператора. Дійсність, простота, дискретність і необмеженість спектра; ортогональність власних функцій із вагою $\rho(x)$. Осциляційна теорема про нулі власних функцій; теорема порівняння. Теорема розвинення (Стеклова) та ряди Фур'є за власними функціями. Вихід на метод відокремлення змінних у рівняннях математичної фізики. Підсумковий огляд курсу: динамічні системи, теорія керування, ДР із запізненням, стохастичні ДР.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Рівняння з відокремлюваними змінними. Поняття рівняння з відокремлюваними змінними. Методи їх інтегрування. Втрачені розв’язки.
2	Однорідні рівняння. Поняття однорідного рівняння. Методи інтегрування. Рівняння, що зводяться до однорідних.
3	Лінійні рівняння. Лінійне рівняння першого порядку. Метод варіації довільної сталої. Рівняння, що зводяться до лінійних.
4	Рівняння в повних диференціалах. Рівняння в повних диференціалах. Необхідна та достатня умова. Інтегрування рівнянь у повних диференціалах. Інтегруючий множник та методи його пошуку.
5	Рівняння першого порядку, не розв’язані відносно похідної. Загальний метод введення параметру. Рівняння Лагранжа та Клеро.
6	Наближені методи. Єдиність розв'язку
7	Зниження порядку рівнянь
8	ЛОДР n-го порядку. Вронскіан
9	ЛОДР зі сталими коефіцієнтами
10	Лінійні неоднорідні рівняння
11	Рівняння Ейлера
12	Системи ДР. Метод виключення

13	Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами
14	Стійкість. Фазова площина
15	Задача Штурма–Ліувілля

Самостійна робота студента

Самостійна робота студента полягає:

- підготовка до лекційних та практичних занять – систематично до 1 год. на заняття,
- підготовка до модульних контрольних робіт - до 5 год на роботу,
- підготовка до екзамену - до 10 год.

Політика та контроль

Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1. Систематичне відвідування лекційних і практичних занять.
2. Перескладання (переписування) модульної контрольної роботи не передбачене.
3. У випадку дистанційного навчання і недостатньої кількості балів (менше 60) в кінці семестру може бути дано додаткові завдання, щоб добрати бали до 60.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

1) балів за виконання розрахункової роботи;
2) балів за виконання модульної контрольної роботи;
3) балів за активність та самостійне розв’язування прикладів на практичних заняттях
4) балів за відповідь на екзамені.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. **Бали за розрахункову роботу**

Розрахункова робота містить 10 практичних прикладів.
Кількість балів за розв’язання кожного прикладу: 0,5 бала.

Критерії оцінювання:

0.5 – правильне розв’язання;

0 – неправильне або відсутнє розв’язання;

Максимальна кількість балів за розрахункову роботу:

0.5 бала × 10 завд. = **5 балів**.

2. Бали за модульну контрольну роботу

Модульна контрольна робота поділяється на дві контрольні роботи, що проводяться у вигляді тестів. Завдання на тестові контрольні роботи містять по 10 типових теоретичних питань та практичних прикладів.

Кількість балів за правильну відповідь

на теоретичне питання або розв'язання прикладу: 1 бал.

Критерії оцінювання:

1 – правильна відповідь;

0 – неправильна відповідь;

Викладач має право після завершення тесту вибірково запросити фотокопії студентських робіт та поставити нуль балів за завдання, розв'язання яких буде відсутнє чи неправильне.

Максимальна кількість балів за модульний контроль:
1 бал × 10 завд. +1 бал × 10 завд. = **20 балів**.

3. Бали на практичних заняттях

Бали нараховуються за плідну роботу, відповіді та самостійне розв'язування прикладів на практичних заняттях. Але не більше ніж **15 балів** протягом усього семестру.

1 бал --- самостійно правильно розв'язане завдання і прокоментоване розв'язання

0.5 бала --- самостійно розв'язане завдання, розв'язок якого містить незначні недоліки

0.25 бала --- плідна робота на практичному занятті (ці бали нараховуються, якщо студент виконав усі практичні завдання, які розв'язувалися на практичному занятті)

0 балів --- пасивна робота на практичному занятті

4. Бали за відповідь на екзамені (очна форма навчання)

Екзаменаційний білет складається з 4 питань – 2 теоретичних та 2 практичних.
Відповідь на кожне теоретичне та практичне запитання оцінюється в 15 балів.
Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені: 15 балів × 4 запитання = **60 балів**.
За відповідь на кожне запитання білету студент отримує:

- 12-15 балів, якщо він надав повну та правильну відповідь або припустився незначних похибок, які істотно не вплинули на саму відповідь,
- 8-11 балів, якщо відповідь правильна лише частково або не є повною (наприклад, наведена лише схема необхідного доведення теореми або під час розв'язання прикладу не перевірена можливість застосування відповідного методу),
- 4-7 бали, якщо відповідь частково правильна, але містить значні прогалини (наприклад, відсутнє необхідне доведення теореми чи під час розв'язання прикладу враховані не всі можливі випадки),
- 0-3 бали, якщо відповідь на запитання взагалі не була надана або містить грубі помилки.

5. Розрахунок шкали (R) рейтингу у випадку дистанційного навчання

Семестрова складова рейтингової шкали $\mathbf{R_C = 50}$ **балів**, вона визначається як сума балів, отриманих за виконання розрахункової роботи, модульної контрольної роботи, за практичні заняття та відповідь на колоквіумі.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:

$$\mathbf{R} = 60+40*(\mathbf{R_{max}} - \mathbf{R_{ДОП}})/(\mathbf{R_C} - \mathbf{R_{ДОП}}) = \mathbf{100\ балів,}$$

тут $\mathbf{R_{max}}$ =50 – максимальний можливий семестровий рейтинг студента,

$\mathbf{R_{ДОП}}$ = 25 – мінімальна кількість балів, необхідна для допуску.

6. **Умова допуску до семестрової атестації та визначення оцінки у випадку дистанційного навчання**

Необхідною умовою допуску студента до семестрової атестації є семестровий рейтинг студента ($\mathbf{R_{СТ}}$) не менше 50 % від $\mathbf{R_С}$, тобто не менше **25 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента $\mathbf{R_D}$ визначається за формулою

$\mathbf{R_D} = 60+40*(\mathbf{R_{СТ}} – \mathbf{R_{ДОП}})/(\mathbf{R_С} - \mathbf{R_{ДОП}}) = 20 + 1{,}6* \mathbf{R_{СТ}}$.

7. **Розрахунок шкали (R) рейтингу у випадку очного навчання**

Семестрова складова рейтингової шкали $\mathbf{R_С = 40}$ **балів**, вона визначається як сума балів, отриманих за виконання розрахункової роботи, модульної контрольної роботи та активність на практичних заняттях.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює:

$$\mathbf{R = R_С + R_E = 100 балів,}$$

тут $\mathbf{R_E}$ =60 – максимальна можлива кількість балів, отримана на екзамені.

8. **Умова допуску до семестрової атестації та визначення оцінки у випадку очного навчання**

Необхідною умовою допуску студента до семестрової атестації є семестровий рейтинг студента ($\mathbf{R_{СТ}}$) не менше 63 % від $\mathbf{R_С}$, тобто не менше **25 балів**. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента $\mathbf{R_D}$ визначається за формулою

$\mathbf{R_D = R_{СТ} + R_{СТЕ}}$. ($\mathbf{R_{СТЕ}}$ – бали, набрані студентом на екзамені)

Оцінка виставляється відповідно до значення $\mathbf{R_D}$:

Сумарний рейтинг R_D	**Оцінка**
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
$25 \le \mathbf{R_D} \le 59$	Незадовільно
$\mathbf{R_{СТ}} < 25$	Не допущений

Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік теоретичних питань, що виносяться на іспит:

1. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь (означення ДР, порядок ДР, розв’язок ДР). Задача Коші для ДР 1-го порядку.
2. Геометричний зміст ДР 1-го порядку. Поле напрямів, ізокліни, загальний, частинний, особливий розв’язки диф. рівняння 1-го порядку, обвідна сім’ї кривих. Приклади.
3. Диф. рівняння з відокремлюваними змінними та ті, що зводяться до них.
4. Диф. рівняння однорідні відносно змінних та ті що зводяться до них.
5. Лінійні диф. рівняння 1-го порядку. Метод варіації довільної сталої. Будова загального розв’язку.
6. Рівняння Бернуллі і Рікатті.
7. Диф. рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник.
8. Диф. рівняння не розв’язні відносно похідної.
9. Рівняння Лагранжа і Клеро.
10. Задача на ізогональні траекторії.
11. Поняття про метричні простори. Збіжність в метричних просторах. Повні і неповні метричні простори. Повнота C[a,b].
12. Теорема Банаха (принцип стискаючих відображень).
13. Теорема (Пікара) існування і єдиності розв’язку задачі Коші для диф. рівняння 1-го порядку.
14. Диф. рівняння вищих порядків Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші для диф. рівняння n-го порядку (формулювання). Диф. рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.
15. Лінійні однорідні диф. рівняння n-го порядку. Лінйна залежність функцій, детермінант Вронського, його властивості.
16. Фундаментальна система розв'язків ЛОДР, її існування.
17. Структура загального розв’язку лінійного однорідного диф. рівняння n-го порядку. Формула Лувілля.
18. Лінійне неоднорідне диф. рівняння n-го порядку. Структура загального розв’язку. Метод варіації довільних сталих розв’язування ЛНДР.
19. Лінійні однорідні диф. рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами.
20. Лінійні неоднорідні диф. рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальними правими частинами.
21. Самоспряжений вигляд лінійного диференціального оператора другого порядку. Зведення ЛНДР до самоспряженого вигляду. Поняття про крайову задачу. Різні типи крайових умов.
22. Задача Штурма-Ліувілля. Деякі властивості власних чисел та власних функцій.
23. Поняття про системи диференціальних рівнянь. Нормальні системи. Лінійні однорідні і неоднорідні системи (ЛОС і ЛНС).
24. ЛОС зі сталими коефіцієнтами Побудова ФСР ЛОС у випадку простих власних значень.
25. ЛОС зі сталими коефіцієнтами. Побудова ФСР ЛОС у випадку кратних власних значень.
26. Метод варіації довільних сталих розв'язування лінійних неоднорідних систем (ЛНС).
27. Поняття автономної системи. Фазова крива, фазовий портрет. Положення рівноваги.
28. Поведінка розв'язків лінійної системи біля положення рівноваги (випадки різних дійсних власних чисел). Відповідні фазові портрети (стійкий і нестійкий вузол, седло).
29. Дикритичний вузол, вироджений вузол, фокус, центр. Біфуркаційна діаграма.
30. Елементи теорії стійкості. Означення стійкості за Ляпуновим. Означення асимптотичної стійкості. Геометрична інтерпретація стійкості та асимптотичної стійкості.
31. Стійкість лінійних систем. Еквівалентність стійкості будь-якого розв’язку лінійної однорідної системи і стійкості її нульового розв'язку. Умови стійкості (асимптотичної стійкості) ЛОС.
32. Умови стійкості (асимптотичної стійкості) ЛОС зі сталими коефіцієнтами.
33. Лінеаризація автономної системи. Стійкість за першим наближенням.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено проф, к.ф.-м.н., доц. Костюшко Ірина Антоліївна.

Ухвалено кафедрою прикладної математики (протокол № 14 від 13.05.2026)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 11 від 22.05.2026)