



Спеціальні розділи математичної фізики

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>«Машинне навчання та математичне моделювання»</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/очна(вечірня)/заочна/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>II курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>Загальна кількість: (3 кред.) 180 год (Лекц 10, Практ -8, СРС 162).</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/
Мова викладання	<i>Українська (враховуючи специфіку навчальної дисципліни, деякі поняття та навчальний матеріал можуть вивчатися на англійській мові (фрагментарно). Також у процесі викладання навчальної дисципліни можуть використовуватись відеоматеріали на англійській мові)</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., проф., Орияк Ігор Володимирович e-mail Orynyak.iv@gmail.com
Розміщення курсу	http://pma.fpm.kpi.ua/uk/content/силабусу

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна "Спеціальні розділи математичної фізики" присвячена вивченню сучасних досягнень щодо розрахунку фізичних та технічних процесів, що описуються рівняннями в частинних похідних. В курсі дається багато оригінальних авторських рішень, що можуть стати основою вибору чи уточненню докторської дисертації для аспірантів.

Метою дисципліни є засвоєння новітніх досягнень щодо аналітико-чисельного рішення задач математичної фізики, які в свою чергу можуть застосовуватися не тільки в відповідних галузях діяльності, але і для комп'ютерного моделювання та графіки.

В дисципліні розглядаються методи рішення диференціальних рівнянь в частинних похідних. Спочатку даються загальні методи рішення одномірних задач на початкові умови методом скінчених різниць, починаючи з метода з найпростіших – Ейлера, Рунге-Кутта, потім методи Ньюмарка, Кранка-Ніколсона, мета яких полягає в отриманні загально розуміння збіжності схем МСР. Це важливо, адже МСР на тепер є єдиними надійними універсальними схемами рішення динамічної поведінки реальних тіл і процесів. Потім розглядаються більш складні динамічні процеси для одновимірних тіл, коли використовуються частинні похідні як для просторової координати, так і для часу. Для рішення цих задач даються методи – а) класичний аналітичний метод розділення змінних (Фур'є),

що важливий тут в плані отримання точних рішень для задач, де ці рішення існують; б) метод скінчених різниць для просторової координати; в) метод зважених залишків (також для просторової координати); г) метод кінцевих елементів (для просторової к-ти); д) оригінальний піваналітичний метод, де крок по часу входить як параметр рішення по просторовій координаті. Завершує курс розгляд більш складних задач, де розглядаються як мінімум дві просторові координати, а процеси є або стаціонарними або динамічними. Основний наголос робиться на методі узгоджених перерізів як нового напрямку в рішенні задач математичної фізики, що є альтернативним методу скінчених елементів.

Силабус навчальної дисципліни «Спеціальні розділи математичної фізики» розроблено на основі гнучкого підходу до формування навчальних завдань та видів діяльності, які потрібні студентам для досягнення запланованих результатів навчання з подальшим проектуванням отриманого досвіду таким чином, щоб максимально підвищити ефективність навчання студентів в подальшому.

Силабус побудований таким чином, що для виконання кожного наступного завдання студентам необхідно застосовувати навички та знання, отримані у попередньому. При цьому особлива увага приділяється принципу заохочення студентів до активного навчання, у відповідності до якого студенти мають виконувати практичні завдання, які дозволять в подальшому вирішувати реальні проблеми та завдання у професійному житті.

Під час навчання застосовуються:

- стратегії активного і колективного навчання;
- особистісно-орієнтовані розвиваючі підходи, засновані на активних формах і методах навчання (командна робота (team-based learning), використання елементів сучасної організації процесу розробки та окремих ролей учасниками, метод мозкового штурму, дискусія, навчальні дебати, круглий стіл тощо).

В результаті навчання аспірант отримає такі знання та компетентності, які прописані в Освітній програмі.

ЗК 2	Здатність розв'язання значущих проблем у сфері професійної діяльності, науки та/або інновацій, розширення та переоцінки вже існуючих знань і професійної практики
ЗК 5	Здатність забезпечувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення
ФК 1	Здатність самостійно виконувати науково-дослідну діяльність у галузі прикладної математики з використанням сучасних теорій, методів та технологій, проводити теоретичні та експериментальні дослідження, математичне та комп'ютерне моделювання
ФК 4	Здатність створювати, налаштовувати та верифікувати математичні моделі для специфічних задач певної предметної галузі
РН2	Орієнтуватися у наукових проблемах професійної галузі, знаходити оптимальні шляхи їх розв'язання, самостійно освоювати нові методи досліджень
РН5	Орієнтуватися у сучасних моделях та методах прикладної математики, граничних умовах їх застосування
РН6	Вміти створювати математичні та комп'ютерні моделі для теоретичних та прикладних задач різних галузей, перевіряти їх на релевантність та адекватність, формулювати умови використання та обмеження на параметри

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для успішного засвоєння курсу необхідно (Н) або доцільно (Д) засвоїти наступні курси.

(Н): - Алгебра; Математичний аналіз; Програмування; Диференційні рівняння; Математична фізика; Аналітична геометрія; Чисельні методи математичної фізики; Моделювання складних систем.

(Д): Забезпечення якості ПЗ; Алгоритмічні основи обчислювальної геометрії та комп'ютерної графіки; Математичне моделювання; Алгоритми і системи комп'ютерної математики.

Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ДЛЯ ЗВЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ

Тема 1.1. Задачі на початкові і на граничні умови. Метод скінченних різниць, МСР

Тема 1.2. МСР для лінійної задачі Коші (початкові умови) другого ступеня з затуханням

Тема 1.3. Аналітичні та піваналітичні методи для динаміки системи тіл

Тема 1.4. Теорія сіткових методів для одномірних краєвих задач 2, 4, 6 порядків.

Тема 1.5. МСР для одномірних краєвих задач. Лінійна задача 4-го та 6-го порядків.

Тема 1.6. Метод зважених залишків, МЗЗ: boundary, interior, mixed methods.

Тема 1.7. Метод скінчених елементів, МСЕ. Історія і виникнення методу. Найпростіші одновимірні статичні задачі.

РОЗДІЛ 2. ЗМІННІ В ЧАСІ ПРОЦЕСИ В ОДНОМІРНИХ ТІЛАХ (найпростіші задачі в частинних похідних)

Тема 2.1. Розповсюдження тепла в стержні. Застосування та збіжність явної та явно-неявної схеми в МСР; піваналітична схема, аналітичний метод розділення змінних Фур'є, МЗЗ, МСЕ.

Тема 2.2. Розповсюдження хвиль в рідині чи твердому тілі. МСР та вимоги до кроку по часу в залежності від схеми, Піваналітичний метод, Метод розкладу по власним формам, метод Гальоркіна (як варіант МЗЗ).

Тема 2.3. Поперечне динамічне деформування балки. Метод Фур'є. Гармонійне навантаження та Функції Крилова, Сітковий метод для динаміки балки на згин; Напіваналітичний метод, метод МЗЗ.

Тема 2.4. Коливання системи труба-пружна рідина. Метод Фур'є, піваналітичний метод.

РОЗДІЛ 3. МЕТОД УЗГОДЖЕНИХ ПЕРЕРІЗІВ для ДВОХВИМІРНИХ ЗАДАЧ

Тема 3.1. Метод узгоджених перерізів для статичних та динамічних задач.

Тема 3.2. Реалізація піваналітичного методу (інтегрування по часу) в МУП для нестационарної температурної задачі

Тема 3.3. МУП для деформування пластин

Тема 3.4. МУП для деформування плоского тіла з тріщиною

Тема 3.5. МУП для аналізу циліндричних, тороїдальних, конусних оболонок.

Рекомендований перелік практичних (комп'ютерних практикумів)

Практикум № 1. Дослідження збіжності чисельного інтегрування задач динаміки за допомогою різних схем МСР

Практикум № 2. Реалізація одного із методів чисельного інтегрування для динаміки одновимірних (частинні похідні по простору і по часу) тіл.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Роман ТАЦІЙ Марта СТАСЮК Олег ПАЗЕН. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ, НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК, Львів 2021, 182 стр.

<https://books.ldubqd.edu.ua/index.php/ed/catalog/view/99/66/297-1>

Книга містить загальні постановки математичної фізики, де формулюються основні диференційні рівняння в частинних похідних. Дається поняття краєвої задачі. Детально описується метод Фур'є рішення задач теплопровідності, коливань струни та розповсюдження хвиль в стержні.

2. В.І.Кузьменко, Н.Л.Козакова. КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ ІЗ КУРСУ "ЧИСЛОВІ МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ" Дніпропетровськ РВВ ДНУ 2013, 47 стр.

<http://repository.dnu.dp.ua:1100/upload/4975f9fe589d8c07a06f073949eb5a2fKonspektChisMetodMF.pdf>

Книга присвячена створенню кінцево-різницевих схем для рішення задач математичної фізики.

Розглядаються особливості побудови схем для статичних двовимірних задач з границею довільної форми. Аналізуються динамічні задачі теплопровідності та розповсюдження хвиль в одномірних тілах, для яких розглядається схема Кранка-Ніколсона. Досліджується двовимірні динамічні задачі. Розглядаються варіаційні методи рішення краєвих задач.

3. В. С. Герасимчук, МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ЧАСТИНА 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЕЯКИХ ПОШИРЕНИХ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ Навчальний посібник Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник. Точка доступу:

https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/46095/1/MMF-2_Mat_modeli.pdf

Додаткова література

4. Timoshenko, S., Young, D.H., and Weaver, W., Jr., Vibration Problems in Engineering, John Wiley & Sons, New York,

Класична книга, що містить постановки задач коливання тіл, та аналітичні і чисельні методи їх рішення. Описується загальний метод Крилова рішення диференціальних задач.

5. Henry R. Busby, George H. Staab. *Structural Dynamics Concepts and Applications*. CRC Press, Taylor & Francis Group. 2018. 599 p

Цікава, сучасна книга. Бажано прочитати розділи 1,3,6,7, 9,11. В основному даються аналітичні інженерні методи для задач, які розглядаються в курсі – коливання тіл з одним степенем вільності, динаміка стержня, балки. Є основи методу зважених залишків, основи методу скінченних елементів.

6. Peter J. Olver. *Introduction to Partial Differential Equations*. Springer International Publishing. 2014. 665 p. DOI 10.1007/978-3-319-02099-0

Книжка цікава тим, що техніка рішення рівнянь в частинних похідних дається на прикладі задач мат фізики, де поруч використовуються аналітичні і чисельні методи. Звідси даються завдання для 3ї лаб (стр 210+) для задачі Діріхле. Є поняття оберненої температурної задачі.

Окрім вказаних джерел, лектор звертає увагу на наступні авторські статті що, з однієї сторони, є прикладами практичного застосування чисельно-аналітичних методів мат фізики в техніці та індустрії, а з іншої, - може бути основою творчого розвитку, зокрема, з метою написання вибору чи уточненню тем дисертаційних робіт.

1. Orynyak I., Bai Yu. (2020). Application of exponential functions in weighted residuals method in structural mechanics. Part 1: axisymmetrical shell problem. *Mechanics and Advanced Technologies*. N 3 (90). pp. 19–28.
2. Orynyak I., Bai Yu. (2021). Application of exponential functions in weighted residuals method in structural mechanics. Part II: static and vibration analysis of rectangular plate. *Mechanics and Advanced Technologies*, N 1 (91).
3. Orynyak I., Bai Yu., Hryhorenko A., (2021). Application of exponential functions in weighted residuals method in structural mechanics. Part III: infinite cylindrical shell under concentrated forces. *Mechanics and Advanced Technologies*, N 2 (92).
4. Orynyak, I., Mazuryk, R., & Tsybulskyi, V. (2022). Semi-analytical implicit direct time integration scheme on example of 1-D wave propagation problem. *Mechanics and Advanced Technologies*, 6(2).

5. Orynyak, I., Kostyushko, I., & Mazuryk, R. (2023). Semi-analytical implicit direct time integration method for 1-D gas dynamic problem. *Mechanics and Advanced Technologies*, 7(1), 91–99.
6. Orynyak I., & Danylenko, K., (2023). Method of matched sections in application to thin-walled and Mindlin rectangular plates. *Mechanics and Advanced Technologies*, 7(2).
7. Orynyak, I., Bai, Yu., Yudin, H. (2024). Frequency dependent exact trial functions in Galerkin boundary method for free vibration analysis of thin plate. *Mechanics Research Communication*. Vol. 135, January 2024, 104240.
8. Orynyak, I., Danylenko, K. (2024). Method of matched sections as a beam-like approach for plate analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*. Volume 230, March 2024, 104103.
9. Orynyak I., Tsybulnyk A., Danylenko K., and Orynyak A. (2024). “Implicit direct time integration of the heat conduction problem in the Method of Matched Sections”, *Mech. Adv. Technol.*, vol. 8, no. 1(100), pp. 87–97, Mar. 2024.
10. K. Danylenko and I. Orynyak, (2024). “Numeric analysis of elastic plane body static problem by the method of matched sections”, *Mech. Adv. Technol.*, vol. 8, no. 4(103), pp. 428–439, Dec. 2024.
11. Orynyak, I., Tsybulnyk, A., Danylenko, K., Oryniak, A., & Radchenko, S. (2025). Timestep-dependent element interpolation functions in the method of matched sections on the example of heat conduction problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 456, 116222.
12. Orynyak, I., Tsybulnyk, A., & Danylenko, K. (2025). Spectral realization of the method of matched sections for thin-plate vibration. *Archive of Applied Mechanics*, 95(2), 51.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Загальна структура курсу

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	Всього	у тому числі			
		Лекції	Практ. (семін.)	Лаборант. (комп.пр.)	СРС
1	2	3	4	5	6
Розділ 1. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ					
Тема 1.1. Задачі на початкові і на граничні умови. Метод скінченних різниць, МСР	7	2	2		3
Тема 1.2. МСР для лінійної задачі Коші (початкові умови) другого ступеня з затуханням	5		2		3
Тема 1.3. Аналітичні та піваналітичні методи для динаміки системи тіл	5			2	3
Тема 1.4. Теорія сіткових методів для одномірних краєвих задач 2, 4, 6 порядків.	5				5

Тема 1.5. МСР для одномірних краєвих задач. Лінійна задача 4-го та 6-го порядків.	5				5
Тема 1.6. Метод зважених залишків, МЗЗ: boundary, interior, mixed methods.	5		2		3
Тема 1.7. Метод скінчених елементів, МСЕ. Історія і виникнення методу. Найпростіші одновимірні статичні задачі.	5	2			3
Розділ 2. ЗМІННІ В ЧАСІ ПРОЦЕСИ В ОДНОМІРНИХ ТІЛАХ					
Тема 2.1. Розповсюдження тепла в стержні. Застосування та збіжність явної та явно-неявної схеми в МСР; піваналітична схема, аналітичний метод розділення змінних Фур'є, МЗЗ, МСЕ.	5	2		2	1
Тема 2.2. Розповсюдження хвиль в рідині чи твердому тілі. МСР та вимоги до кроку по часу в залежності від схеми, Піваналітичний метод, Метод розкладу по власним формам, метод Гальоркіна (як варіант МЗЗ).	7		2		5
Тема 2.3. Поперечне динамічне деформування балки. Метод Фур'є. Гармонійне навантаження та Функції Крилова, Сітковий метод для динаміки балки на згин; Напіваналітичний метод, метод МЗЗ.	5				5
Тема 2.4. Коливання системи труба-пружна рідина. Метод Фур'є, піваналітичний метод.	5				5
Розділ 3. МЕТОД УЗГОДЖЕНИХ ПЕРЕРІЗІВ для ДВОХВИМІРНИХ ЗАДАЧ					
Тема 3.1. Метод узгоджених перерізів для статичних та динамічних задач.	7	2			5
Тема 3.2. Реалізація піваналітичного методу (інтегрування по часу) в МУП для нестационарної температурної задачі	5		2		3
Тема 3.3. МУП для деформування пластин	5				5
Тема 3.4. МУП для деформування плоского тіла з тріщиною	5				5
Тема 3.5. МУП для аналізу циліндричних, тороїдальних, конусних оболонок.	5				5
Іспит	4				4
Всього годин	180	8	10	4	158

Лабораторні заняття

Лабораторні заняття в межах навчальної дисципліни не передбачені.

Індивідуальні завдання

Виконання індивідуальних семестрових завдань не передбачено.

Самостійна робота студента/аспіранта

До СРС відносяться такі види робіт: вивчення теоретичного матеріалу з розділів, запропонованих викладачем. Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою. Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання наведені у Положенні про рейтингову систему оцінювання з даного кредитного модуля. Семестровим контролем є іспит.

Студент допускається до іспиту за наявності виконаних та зданих практичних занять (лабораторного практикуму). Іспит з дисципліни «Спеціальні розділи математичного моделювання 1» є підсумком всієї роботи студента в семестрі і враховує всі види робіт, які студенти зобов'язані виконати протягом семестру згідно Рейтингової системи оцінювання.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Порушення термінів виконання завдань та заохочувальні бали

Заохочувальні бали		Штрафні бали	
Критерій	Ваговий бал	Критерій	Ваговий бал
Виконання завдань із удосконалення методичних матеріалів з дисципліни	1-10 балів	Порушення термінів виконання практичних робіт (за кожний)	-3 бали
Презентації за окремими питаннями	1-10 балів		
Додаткові практичні завдання	До 5 балів кожна		
Проходження окремих курсів навчання за тематикою дисципліни (за погодженням з викладачем та наданням відповідного сертифікату)	До 15 балів		

Відвідування занять

Відвідування лекцій та практичних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається базовий теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для успішної здачі іспиту. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання додаткових завдань та видів діяльності, які здатні розвинути його практичні уміння та навички.

Пропущені контрольні заходи

Результат модульної контрольної роботи для студента(-ки), який не з'явився на контрольний захід, є нульовим. У такому разі, студент(-ка) має можливість написати модульну контрольну роботу, при наявності відповідного документу щодо поважної причини відсутності на модульній контрольній роботі. Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Календарний рубіжний контроль

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є моніторинг якості навчання студентів та виконання ними графіка освітнього процесу.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами.

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

Дистанційне навчання (необов'язковий пункт)

Дистанційне навчання через проходження онлайн-курсів за певною тематикою допускається за умови погодження між викладачем та студентами. У разі, якщо невелика кількість студентів має бажання пройти онлайн-курс за певною тематикою, вивчення матеріалу за допомогою таких курсів допускається, але студенти повинні виконати всі завдання, які передбачені у навчальній дисципліні.

Інклюзивне навчання

Навчальна дисципліна «Спеціальні розділи математичного моделювання 1» може викладатися для більшості студентів з особливими освітніми потребами, окрім студентів з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що отримуються: за 2 практичних завдання (комп'ютерних практикуми) та результати самостійного опрацювання наданих матеріалів.

Семестровим контролем є **іспит**.

Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання:

1. Виконання завдань практичного заняття (комп'ютерного практикуму):
 - повне виконання, повні відповіді 15;
 - повне виконання, але неповна відповідь 10...14;
 - неповне виконання 1...9;
 - непрацююча програма, роботу не зараховано 0;
2. Модульний контроль: Результати обговорення напрямку, обраного для самостійного опрацювання. – до 30 балів.
3. Штрафні та заохочувальні бали:
 - несвоєчасне виконання практичних завдань (комп'ютерного практикуму) -3 бали;
 - виконання додаткового завдання (лабораторної роботи) 1...5 бали;
 - Презентації за окремими питаннями – до 10 балів;
 - участь в модернізації методичних матеріалів з дисципліни, проходження додаткових онлайн курсів (за домовленістю з викладачем та наданням сертифікату) —до 10 заохочувальних балів за кожний курс.

Розрахунок шкали рейтингу:

$$R = 15 \times 2 + 30 + 40 = 100 \text{ балів}$$

Для отримання студентом відповідної семестрової оцінки його рейтинг має бути:

Рейтингові бали	Оцінка ECTS	Визначення	Традиційна оцінка
95...100	A	Відмінно	Відмінно
85...94	B	Дуже добре	Добре
75...84	C	Добре	
65...74	D	Задовільно	Задовільно
60...64	E	Достатньо	
50...59	FX	Незадовільно	
менше 50	F	Не допущено	

Необхідною умовою допуску до іспиту є: зарахування 2 практичних завдань (комп'ютерних практикумів), а також попередній рейтинг не менше 30 балів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- Проходження додаткових курсів за тематикою навчальної дисципліни та наявність сертифікатів за їх результатом дає можливість підвищити свій загальний рейтинг після узгодження із викладачем

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: [професором каф. ПМА Ориняк І.В.](#)

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 14 від 14.05.2025).

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 11 від 23.05.2025).