



ПО 10. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Наука про дані та математичне моделювання
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	6 кредитів ЕКТС / 180 год.: (54 год. – лекції, 36 год. – практичні заняття, 90 год. – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен, МКР
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua лекція – 1.5 рази на тиждень, практичні – 1 раз на тиждень
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. техн. наук, доцент Тавров Данило Юрійович e-mail: tavrov.danylo@iill.kpi.ua Практичні: канд. техн. наук, доцент Тавров Данило Юрійович асистент Цибульник Антон Владиславович
Розміщення курсу	

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є засвоєння студентами основних принципів, ідей та методів теорії ймовірностей, потрібних для дальшого вивчення загальнотеоретичних та практично орієнтованих дисциплін та формування практичних навичок їх застосування в обраній предметній галузі; розвиток логічного та математичного мислення.

Предмет навчальної дисципліни:

- випадкові події, їх ймовірності;
- випадкові величини, їх числові характеристики та розподіли;
- послідовності випадкових величин, їх граничні розподіли та умови їх існування, гранична поведінка послідовностей випадкових величин, зокрема закони великих чисел та граничні теореми.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі компетентності та програмні результати навчання за освітньою програмою:

Загальні компетентності

ЗК1. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Фахові компетентності

ФК1. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК2. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК14. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.

Програмні результати навчання

РН2. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН3. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формувати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Пререквізитами для вивчення дисципліни є дисципліни ПО 01 «Математичний аналіз» та ПО 02 «Алгебра і геометрія». Особливо корисними для успішного опанування дисципліни буде детальне освоєння основ матричної алгебри, умов збіжності послідовностей та функцій, безумовної оптимізації функцій багатьох змінних, теоретико-множинних операцій, елементів теорії міри тощо.

Вивчення дисципліни є передумовою вивчення дисципліни ПО 14 «Математична статистика».

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

Тема 1.1. Імовірнісний простір та ймовірнісна міра

Тема 1.2. Умовні ймовірності

Тема 1.3. Дискретні випадкові величини

РОЗДІЛ 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

Тема 2.1. Неперервні випадкові величини та їхні розподіли

Тема 2.2. Випадкові вектори та незалежність

Тема 2.3. Сподівання та інші характеристики випадкових величин

Тема 2.4. Умовні сподівання та умовні розподіли

РОЗДІЛ 3. ПОСЛІДОВНОСТІ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Тема 3.1. Збіжність послідовностей випадкових величин

Тема 3.2. Закон великих чисел

Тема 3.3. Твірні функції моментів та характеристичні функції

Тема 3.4. Центральна гранична теорема

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Тавров, Д. Ю. Теорія ймовірностей. Курс лекцій [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика», освітньою програмою «Наука про дані та математичне моделювання» / Д. Ю. Тавров, О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 6.67 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. - 443 с. - Назва з екрана.

2. Тавров, Д. Ю. Теорія ймовірностей. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика», освітньою програмою «Наука про дані та математичне моделювання» / Д. Ю. Тавров, О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 2.97 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. - 349 с. - Назва з екрана.

Допоміжна література

3. Durrett R. Probability: Theory and Examples [Electronic Resource] / R. Durrett. – Duke University, 2019. – 490 p. – Mode of Access: https://services.math.duke.edu/~rtd/PTE/PTE5_011119.pdf (access date: 11.05.2021). – Title from screen.

4. Blitzstein J. K. Introduction to Probability / J. K. Blitzstein, J. Hwang. – Taylor & Francis Group, LLC, 2019. – 630 p. – Mode of Access: <https://drive.google.com/file/d/1VmkAAGOYCTORq1wxSQqy255qLjTNvBI/view> (access date: 11.05.2021).

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчання здійснюється на основі студентоцентрованого підходу та стратегії взаємодії викладача та студента для засвоєння студентами матеріалу та розвитку у них практичних навичок. Для лекційних занять використовуються пояснювально-ілюстративний метод та метод проблемного виконання, для проведення практичних занять використовується дослідницький метод навчання: викладач ставить перед студентами проблему, і ті вирішують її самостійно або під керівництвом викладача.

За дистанційного режиму навчання заняття проводять за допомогою платформи для проведення онлайн-зустрічей Zoom.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Події та ймовірності Основні питання: навіщо потрібна теорія ймовірностей, події, класичне визначення ймовірності, інтерпретації ймовірностей, вимірний простір.
2	Ймовірність як міра Основні питання: аксіоматичне визначення міри, властивості міри, ймовірнісна міра на зліченному просторі, міра Лебега на одиничному інтервалі, події з нульовою ймовірністю.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
3	Умовні ймовірності Основні питання: інтуїція та визначення, задача Гарднера про двох дітей, теорема Беєса та повна ймовірність, незалежні події.
4	Дискретні випадкові величини. Схема Бернуллі Основні питання: поняття про випадкову величину, дискретні випадкові величини, сподівання та дисперсія дискретної випадкової величини, дискретний рівномірний розподіл, схема Бернуллі.
5	Деякі поширені дискретні розподіли Основні питання: розподіл Пуассона, геометричний розподіл, від'ємний біномний розподіл, гіпергеометричний розподіл, умовна функція ймовірності.
6	Неперервні випадкові величини. Частина 1 Основні питання: функції розподілу, зв'язок інтегралу та міри.
7	Неперервні випадкові величини. Частина 2 Основні питання: абсолютно неперервні величини та щільність розподілу, сподівання та дисперсія як інтеграли.
8	Неперервні розподіли. Функції від випадкових величин. Випадкові вектори. Частина 1 Основні питання: стандартний рівномірний розподіл, стандартний нормальний розподіл, функції від випадкових величин.
9	Неперервні розподіли. Функції від випадкових величин. Випадкові вектори. Частина 2 Основні питання: розподіл функції від випадкової величини, сім'ї розподілів відносно зсуву-масштабування, рівномірний і нормальний розподіли.
10	Окремі застосування неперервних випадкових величин. Частина 1 Основні питання: інтегральне перетворення ймовірностей, Бета-розподіл та елементи Беєсівського виведення.
11	Окремі застосування неперервних випадкових величин. Частина 2 Основні питання: порядкові статистики, експоненційний розподіл, процес Пуассона.
12	Випадкові вектори та незалежні випадкові величини. Частина 1 Основні питання: елементи теорії міри для добутків просторів, розподіли випадкових векторів.
13	Випадкові вектори та незалежні випадкові величини. Частина 2 Основні питання: сподівання випадкового вектора та коваріація, незалежність випадкових величин, суми незалежних випадкових величин.
14	Функції від випадкових векторів та їхні розподіли. Частина 1 Основні питання: формула заміни змінних для випадкових векторів.
15	Функції від випадкових векторів та їхні розподіли. Частина 2 Основні питання: Гамма-розподіл, мультиномний розподіл.
16	Функції від випадкових векторів та їхні розподіли. Частина 3 Основні питання: багатовимірний нормальний розподіл.
17	Сподівання та інші характеристики випадкових величин. Частина 1 Основні питання: властивості сподівань, міри центральної тенденції.
18	Сподівання та інші характеристики випадкових величин. Частина 2 Основні питання: сподівання і медіана як найліпші предиктори, моменти вищих порядків, квантілі.
19	Умовні сподівання та умовні розподіли. Частина 1 Основні питання: умовні ймовірність і сподівання для дискретних випадкових величин, умовна ймовірність у загальному випадку.
20	Умовні сподівання та умовні розподіли. Частина 2 Основні питання: умовні сподівання, умовні щільність і функція розподілу.
21	Збіжність послідовностей випадкових величин. Частина 1 Основні питання: послідовності подій.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
22	Збіжність послідовностей випадкових величин. Частина 2 Основні питання: послідовності випадкових величин, зв'язок між видами збіжності випадкових величин.
23	Закон великих чисел. Частина 1 Основні питання: різниця між слабким та посиленим законами великих чисел, приклади застосування законів великих чисел.
24	Закон великих чисел. Частина 2 Основні питання: різниця між слабким та посиленим законами великих чисел, приклади застосування законів великих чисел.
25	Твірні функції моментів та характеристичні функції. Частина 1 Основні питання: визначення та основні властивості, зв'язок між моментами та твірною функцією моментів.
26	Твірні функції моментів та характеристичні функції. Частина 2 Основні питання: оцінка Черноффа, єдиність твірної функції моментів, поняття про характеристичну функцію.
27	Центральна гранична теорема Основні питання: збіжність за розподілом, центральна гранична теорема (ЦГТ) Ліндеберга-Леві, інші варіанти ЦГТ.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Обчислення класичної ймовірності Основні питання: повторення основних понять комбінаторики, обчислення класичних ймовірностей.
2	Комбінаторні доведення. Геометричні ймовірності. Вимірні множини Основні питання: комбінаторні доведення, метод відбиття, геометричні ймовірності, вимірні множини.
3	Властивості ймовірнісної міри Основні питання: застосування властивостей ймовірностей, теорема включення-виключення, властивості міри.
4	Умовна ймовірність Основні питання: визначення умовної ймовірності, теорема Бесса та повна ймовірність, незалежність подій.
5	Дискретні випадкові величин. Схема Бернуллі Основні питання: загальні дискретні випадкові величини, схема Бернуллі.
6	Деякі поширені дискретні розподіли Основні питання: розподіл Пуассона, інші дискретні розподіли.
7	Неперервні випадкові величини Основні питання: функції розподілу, щільності розподілу, сподівання та дисперсія.
8	Функції від випадкових величин. Деякі неперервні розподіли Основні питання: рівномірний розподіл, нормальний розподіл, функції від випадкових величин.
9	Модульна контрольна робота
10	Окремі застосування неперервних випадкових величин Основні питання: інтегральне перетворення ймовірностей, Бета-розподіл та елементи Бессівського виведення, порядкові статистики, експоненційний розподіл та процес Пуассона.
11	Випадкові вектори та незалежні випадкові величини. Частина 1 Основні питання: спільні функції та щільності розподілів, сподівання та коваріації, незалежність.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
12	Випадкові вектори та незалежні випадкові величини. Частина 2. Основні питання: незалежність випадкових величин, обчислення сподівань через суму індикаторних величин, суми незалежних випадкових величин.
13	Функції від випадкових векторів та їхні розподіли Основні питання: розподіл функції від випадкового вектора, Гамма-розподіл, мультиномний розподіл, багатовимірний нормальний розподіл.
14	Сподівання та інші характеристики випадкових величин Основні питання: нерівності зі сподіваннями, міри центральної тенденції, моменти вищих порядків та квантілі.
15	Умовні розподіли Основні питання: умовні функції ймовірності, умовні щільності, умовні сподівання й медіана як найліпші предиктори.
16	Умовні сподівання Основні питання: обумовлення подіями з розбиття, обумовлення випадковими величинами
17	Збіжність послідовностей випадкових величин. Закон великих чисел Основні питання: послідовності випадкових величин, закон великих чисел.
18	Твірні функції моментів Основні питання: обчислення твірних функцій моментів, підрахунок моментів за допомогою цих функцій.

6. Самостійна робота студента

Студент повинен завчасно готуватись до лекцій та практичних занять. Перед лекціями потрібно повторити вивчений раніше теоретичний матеріал, підготувати питання щодо нової теми для обговорення на лекції. Перед практичними заняттями потрібно повторити відповідний теоретичний матеріал.

№ з/п	Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
1.	Підготовка до практичних занять	29
2.	Підготовка до лекцій	29
3.	Опрацювання лекційного матеріалу	29
4.	Підготовка до екзамену	3
	Загалом	90

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Відвідування занять

Відповідно до Наказу 1-273 від 14.09.2020 р. заборонено оцінювати присутність або відсутність здобувача на аудиторному занятті. Матеріал занять, які були з тих чи тих причин пропущено, потрібно опановувати самостійно. У будь-якому випадку студентам рекомендується відвідувати всі види занять, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, потрібні для виконання завдань на практичних заняттях. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, що розвивають практичні уміння та навички.

Правила складання модульної контрольної роботи

Шість складових МКР по 7.5 балу кожна студенти виконують у позааудиторний час і надсилають викладачеві в електронній формі. Під час виконання цих складових МКР допустиме використання допоміжних матеріалів та обговорення задач із колегами задля ліпшого засвоєння навчального матеріалу. Кожну роботу студент повинен написати власноруч.

Граничні терміни здачі цих складових МКР доводяться студентам на першому занятті. Здача цих частин МКР після граничних термінів не допускається, утім, як компенсацію, дві з шести складових МКР з найменшими балами не враховуються під час підрахунку загального балу за семестр.

Сьому складову МКР на 20 балів студенти виконують:

- в умовах очного навчання — під час відповідного практичного заняття протягом фіксованого часу і здають у паперовому вигляді;
- в умовах дистанційного навчання — у позааудиторний час і надсилають викладачеві в електронній формі.

Під час виконання цієї сьомої складової МКР допустиме використання допоміжних матеріалів, але суворо заборонено обговорювати задачі з колегами чи питати порад у третіх осіб.

Студент може спробувати переписати пропущену складову МКР тільки в тому випадку, якщо її було пропущено з поважної причини, що підтверджено документально. Переписування складової МКР відбувається за домовленістю з викладачем.

Правила складання екзамену

Екзамен студенти виконують письмово у встановлений час і здають у паперовому вигляді, якщо екзамен відбувається в очному режимі, або надсилають викладачеві в електронній формі, якщо екзамен відбувається в дистанційному режимі. Екзамен студент пише самостійно. Допустиме використання допоміжних матеріалів, але суворо заборонено обговорювати задачі з колегами чи питати порад у третіх осіб. Після письмової частини можливе усне спілкування за темою екзаменаційного білета.

Пропущені контрольні заходи

Пропущений екзамен не зараховується; у такому випадку студент отримує запис у відомості «не з'явився» та повинен скласти екзамен на додатковій сесії.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначено в розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів визначено в розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають можливість поставити будь-яке питання, яке стосується процедури проведення та/або оцінювання контрольних заходів, та очікувати, що воно буде розглянуто згідно з наперед визначеними процедурами. Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши, із яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, МКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр на 7-ому та на 13-ому тижнях, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабуса; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менший від 50% від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: виконання всіх частин МКР та семестровий рейтинг не менший від 25 балів.

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за модульну контрольну роботу (МКР), яка поділяється на 7 складових;
- 2) балів за відповідь на екзамені.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Модульний контроль

Студенти пишуть одну модульну контрольну роботу, яка поділяється на 7 складових, що проходять рівномірно протягом семестру.

Перші 6 складових МКР містять по 5 задач вагою 1.5 бали кожна.

Критерії оцінювання розв'язань кожної окремої задачі:

1.5 бали – задачу розв'язано правильно, можливі арифметичні та інші тривіальні помилки;

1 бал – задачу розв'язано не повністю, існують вади;

0 балів – немає розв'язку або розв'язок неправильний.

За кожну таку складову можна набрати 7.5 бала. Дві складові з найменшою кількістю набраних балів не враховуються під час підбиття оцінки. Загальна сума балів за перші 6 складових МКР становить 30.

За приголомшливе розв'язання задачі студент може дістати додаткові бали, але не більше від **0.5** бала за складову МКР.

Сьому складову МКР студенти пишуть під час практичного заняття. Вона містить чотири задачі, кожна з яких оцінюється в 5 балів. Загальна сума балів за сьому складову МКР становить 20.

Критерії оцінювання розв'язків кожної окремої задачі:

5 балів – задачу розв'язано правильно;

4 бали – задачу розв'язано майже правильно, можливі незначні вади чи арифметичні помилки;

3 бали – задачу розв'язано не повністю, існують вади;

0 балів – розв'язок відсутній.

2. Бали за відповідь на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 1 теоретичного питання (доведення певного твердження) вагою в 20 балів та 3 задач по 10 балів кожна.

Критерії оцінювання теоретичного питання екзаменаційної роботи:

20 балів – відповідь правильна, повна;

18-19 балів – відповідь майже правильна, можливі незначні вади або термінологічні помилки;

15-17 балів – у відповіді є істотні помилки;

12-14 балів – у відповіді є істотні помилки;

0 балів – відповіді немає.

Критерії оцінювання розв'язань кожної окремої задачі:

10 балів – задачу розв'язано правильно;

8-9 балів – задачу розв'язано майже правильно, можливі незначні вади чи арифметичні помилки;

6-7 балів – задачу розв’язано не повністю, існують вади;
0 балів – розв’язок відсутній.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

20 балів × 1 теоретичне питання + 10 балів × 3 задачі = **50 балів**

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 30 + 20 = 50 \text{ балів.}$$

Із цієї суми за семестр студент може набрати певну кількість балів r_C .

Екзаменаційна складова (R_E) шкали дорівнює 50 балам, тобто складає 50% від R .

За відповідь на екзамені студент може набрати певну кількість балів r_E .

Рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Неодмінною умовою допуску до екзамену є виконання всіх складових модульної контрольної роботи, а також набрані $r_C = 25$ балів.

Якщо студент не виконав умов допуску до екзамену, то він у першу відомість отримує оцінку «не допущено», а потім повинен виконати ці умови (повторно писати складові МКР доти, доки балів для допуску не стане достатньо). Після отримання допуску студент складає екзамен (на першому та/або другому перескладанні) за наведеними раніше правилами, а його остаточну рейтингову оцінку R_D розраховують за формулою: $R_D = r_C + r_E$.

За умови дистанційного семестрового контролю оцінка розраховується за формулою за умови виконання студентом усіх складових МКР та набраних щонайменше $r_C = 25$ балів. Перерахунок стартового рейтингового балу з дисципліни у 100-у шкалу здійснюється за формулою

$$R_D = 60 + \frac{40(r_C - 25)}{25}$$

Перескладання отриманої за формулою 100-бальної оцінки не допускається. Якщо умови допуску до екзамену до кінця семестру не виконано, то студент у першу відомість отримує оцінку «не допущено», а потім виконує умови допуску (на перше перескладання) або спілкування за темами дисципліни у режимі конференції (на комісії) під час додаткової сесії.

Оцінку за дисципліну виставляють відповідно до значення R_D згідно з таблицею.

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- На екзамен виносять доведення тверджень, які оперують поняттями з тем, перелік яких міститься в Додатку 1.
- Типи задач, які виносять на МКР та екзамен, частково наведено в Додатку 2.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Склад завідувач кафедри ПМА, канд. техн. наук, доцент Данило ТАВРОВ

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 14 від 14.05.2025).

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 11 від 23.05.2025)

Перелік тем, доведення тверджень із яких може бути винесено на екзамен

1. Простір елементарних подій.
2. Випадкові події. Види випадкових подій.
3. Операції над подіями, їх властивості.
4. Сигма-алгебра елементарних подій. Аксиоми.
5. Визначення ймовірності. Аксиоми.
6. Імовірнісний простір. Визначення й аксіоматика.
7. Міра: визначення і властивості.
8. Міра Лебега.
9. Борелева сигма-алгебра.
10. Властивості ймовірності: імовірність протилежної події, теорема віднімання, наслідки.
11. Умовна ймовірність.
12. Формула Беєса.
13. Формула повної ймовірності.
14. Незалежні випадкові події.
15. Попарна незалежність та незалежність у сукупності випадкових подій.
16. Схема незалежних випробувань Бернуллі.
17. Біномний розподіл.
18. Розподіл Пуассона.
19. Дискретні розподіли: приклади і властивості.
20. Випадкові величини. Визначення та приклади.
21. Розподіл і функція розподілу випадкової величини.
22. Властивості функції розподілу.
23. Абсолютно неперервні розподіли. Щільність розподілу.
24. Числові характеристики та характеристичні функції розподілів.
25. Рівномірний розподіл.
26. Нормальний розподіл.
27. Експоненційний розподіл.
28. Розподіли, пов'язані з нормальним – логнормальний, χ^2 , Стюдента, Фішера-Снедекора.
29. Розподіл багатовимірної випадкової величини.
30. Сподівання, його властивості.
31. Дисперсія, її властивості.
32. Моменти та інші числові характеристики випадкової величини.
33. Числові характеристики багатовимірної випадкової величини.
34. Коваріація і кореляція, їхні властивості.
35. Умовне математичне сподівання.
36. Нерівність Чебишова. Загальний вигляд та наслідки.
37. Типи збіжності випадкових величин. Співвідношення між збіжністю за ймовірністю та збіжністю майже напевно.
38. Теорема Чебишова та наслідки з неї.
39. Нерівність Колмогорова.
40. Посилений закон великих чисел (теорема Колмогорова). Теорема Бореля.
41. Характеристична функція випадкової величини.
42. Умова Ліндеберга, її сенс.
43. Теорема Ляпунова.
44. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.
45. Теорема Слуцького. Теорема про неперервне відображення.

Приблизний перелік типів практичних задач, які може бути винесено на МКР чи екзамен

Знаючи ймовірності окремих подій, знайти ймовірності подій, що є результатом виконання теоретико-множинних операцій над ними.

Перевірити, чи є деяка множина алгеброю або сигма-алгеброю.

Перевірити, чи є деяка функція мірою, імовірнісною мірою.

Перевірити, чи породжує деякий клас множин деяку сигма-алгебру.

Використовуючи формулу Беєса, підрахувати апостеріорні ймовірності.

Знайти функцію розподілу на основі щільності.

Знайти щільність розподілу на основі функції.

Обчислити сподівання та інші моменти випадкової величини з заданим розподілом.

Обчислити характеристичну функцію деякої випадкової величини.

Обчислити щільність розподілу для функції від деякої випадкової величини.

Обчислити коваріацію двох випадкових величин.

Знайти границю послідовності випадкових величин.

Проаналізувати збіжність послідовності випадкових величин.

Застосувати закон великих чисел.

Застосувати центральну граничну теорему для встановлення граничного розподілу послідовності випадкових величин.

Інші практичні задачі, пов'язані з застосуванням матеріалу, вивченого на лекціях, до розв'язання прикладних задач.