



МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>магістерський</i>
Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>«Машинне навчання та математичне моделювання»</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>денна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>I курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>46 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен</i>
Розклад занять	
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: Костюшко І.А., kostushkoa5@gmail</i>
Розміщення курсу	<i>Slack</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Холл (1963) сказав, що метою прикладної математики є математичне опанування дійсності.

З чого починає математик-прикладник? Часто при постановці задачі йде процес виявлення основних або істотних властивостей явища. В частинних випадках, для фізичних явищ цей процес ідеалізації і схематизації грає основну роль. Оскільки в реальному явищі беруть участь безліч процесів, врахувати які усі практично неможливо.

Після того, як суттєві фактори виявлено, наступний крок полягає в перекладі цих факторів на мову математичних понять і величин та у встановленні співвідношень між цими величинами. Як правило, це найбільш складна частина процесу моделювання.

Модель починається із самого простого, приймаючи більш складні контури у міру того як досягається більш глибоке розуміння явища.

ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У разі успішного завершення курсу студент повинен

знати:

- основні положення теорії стійкості;
- означення узагальнених координат та швидкостей для задач динаміки;
- означення узагальнених сил;
- загальний вид рівнянь Лагранжа;
- рівняння Лагранжа у випадку потенціальних сил;
- умови рівноваги системи в узагальнених координатах;
- означення збуреного та незбуреного руху та їх рівняння;
- запис рівнянь першого наближення;
- означення стійкого, асимптотично стійкого, нестійкого руху;
- визначення знакосталої та знаковизначеної функції;
- теореми Ляпунова про стійкість руху;
- теореми Ляпунова про асимптотичну стійкість;
- теорему Четаєва про нестійкість руху;
- методи побудови функції Ляпунова;
- критерій Сильвестра;
- теорему Лагранжа про стійкість рівноваги стаціонарного руху консервативних систем;
- загальні теореми про стійкість руху по першому наближенні.

вміти:

- складати математичні моделі фізичних, біологічних явищ та надавати подальше пояснення та аргументацію отриманих результатів;
- із застосуванням програмних засобів будувати розв'язки задач Коші для диференціальних рівнянь та їх систем;
- визначати узагальнені координати та число степенів вільності системи;
- обчислювати узагальнені сили;
- записувати рівняння руху механічної системи із застосуванням рівнянь Лагранжа та визначати їх розв'язок із застосуванням програмного забезпечення;
- застосовувати прямий метод Ляпунова щодо встановлення стійкості, асимптотичної стійкості, нестійкості руху системи;
- досліджувати стійкість стаціонарного руху консервативних систем із застосуванням теореми Лагранжа;
- на основі визначених рівнянь руху складати рівняння першого наближення та їх основі робити подальший аналіз отриманих результатів щодо стійкості незбуреного руху;

Програмні компетентності, які отримуються в результаті навчання

- Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
- Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень
- Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

- Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
- Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати достовірність отриманих результатів.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Кредитний модуль «Моделювання складних систем» базується на вивченні загальних курсів дисциплін інженерного спрямування навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика, а саме: «Прикладна механіка», «Математичний аналіз» та інші.

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1 «Математичні моделі, що описуються звичайними диференціальними рівняннями першого порядку»

- Моделювання найпростіших задач, що описуються диференціальним рівнянням першого порядку.
- Автономне диференціальне рівняння. Логістичне рівняння. Точки рівноваги. Поняття рівноважного розв'язку. Точки біфуркації.
- Задачі управління.

Тема 2: «Модель системи ракета-супутник. Чому будують 3 - ступеневі ракети?»

- Рух супутника.
- Сила тяги ракетного двигуна.
- Маса системи ракета - супутник.
- Ідеалізована модель.
- Практична реалізація ідеальної конструкції.
 - 3-ступенева модель.
 - n -ступенева модель.

Тема 3. «Математичні моделі, що описуються звичайними диференціальними рівняннями другого порядку»

- Вільні гармонічні коливання. Згасаючі гармонічні коливання.
- Вимушені коливання. Резонанс. Резонансні частоти. Вимушені коливання при в'язкому супротиві. Загальні властивості примусових коливань.
- Приклади задач, що моделюються диференціальними рівняннями другого порядку.
 - Моделювання вимушених коливань лінійного осцилятора.
 - Математична модель для балансу попиту та пропозиції.

Тема 4. «Математичні моделі, що описуються лінійними системами звичайних диференціальних рівнянь»

- Автономні системи. Точка рівноваги. Типи фазових портретів
- Приклади моделювання задач, що приводять до лінійної системи диференціальних рівнянь.

- Моделі простих гідросистем.
- Приклади задачі механіки. Подвійний/потрійний осцилятор.

Тема 5. «Нелінійні системи та їх моделі»

Математичні моделі, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями та їх системами.

- Математична модель нелінійного фізичного маятника.
- Осцилятор Дуффінга. Числові експерименти з моделлю. Аперіодичний режим. Режим згасаючих коливань. Точка біфуркації. Режими м'якого та жорсткого збудження.
- Автоколивання. Рівняння Ван-дер-Поля.
- Задача про налаштування кабелю між двома опорами.

Тема 6. «Рівняння руху системи в узагальнених координатах»

- Узагальнені координати та швидкості.
- Узагальнені сили та їх обчислення. Приклади.
- Випадок потенціальних сил.
- Умова рівноваги системи в узагальнених координатах.
- Рівняння Лагранжа.
- Приклади.

Тема 7. «Вступ в теорію стійкості систем»

Поняття збурений та незбурений рух. Стійкість незбуреного руху за Ляпуновим. Рівняння збуреного руху. Рівняння першого наближення.

Тема 8. «Приклади на складання рівнянь збуреного руху»

- Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в полі притягального центру.
- Диференціальні рівняння збуреного руху конічного маятника.
- Диференціальні рівняння збуреного руху центра мас штучного супутника Землі.

Тема 9. «Прямий метод Ляпунова»

- Функції Ляпунова. Критерій Сильвестра.
- Теорема Ляпунова про стійкість руху.
- Теореми про асимптотичну стійкість.
- Теореми про нестійкість руху.
- Методи побудови функції Ляпунова.

Тема 10. «Приклади на застосування теореми Ляпунова про стійкість руху»

- Стійкість руху конічного маятника.
- Стійкість стаціонарного руху центра мас штучного супутника Землі.
- Визначення умов стійкості матеріальної точки в полі притягального центру.
- Визначення області стійкості системи, що знаходиться під дією потенціальної нелінійної сили та сили супротиву.

Тема 11. «Стійкість рівноваги і стаціонарний рух консервативних систем»

- Теорема Лагранжа.
- Оберненість теореми Лагранжа. Теорема Четаєва.

- Приклад. Визначення області стійкості вертикального положення подвійного маятника.

Тема 12. Стійкість по першому наближенню

Постановка задачі.

Загальні теореми про стійкість по першому наближенню

Терема Ляпунова про нестійкість по першому наближенню

Приклади на застосування теорем про асимптотичну стійкість та нестійкість руху.

Критерій Гурвіца.

Приклади.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Чуйко Г.П. Математичне моделювання систем і процесів: [Навчальний посібник] / Г.П.Чуйко, О.В. Дворник, О.М. Яремчук. – Миколаїв : Вид-во ЧДУ імені Петра Могили, 2015. – 244 с.
2. Меркін Д.Р. Вступ в теорію стійкості руху. 1971. – 302 с.
3. Василенко М.В. Теорія коливань і стійкості руху / М.В. Василенко, О.М. Алексейчук. – К. : Вища школа, 2004. – 525 с.
4. Лазарєв Ю. Ф. Вивчення нелінійних властивостей фізичного маятника. Цикл лабораторних робіт з дисципліни «Основи чутливих елементів систем орієнтації» / Ю.Ф.Лазарєв. – Київ : НТУ Київський _політехнічний інститут_, 2009. – 34 с.
5. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський. – Київ: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.

Додаткова література

5. Дичка І. А. Математичне моделювання систем і процесів: комп'ютерний практикум: [Навчальний посібник] / І.А. Дичка, М.В. Онай, Р.А. Гадиняк. – Київ. КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 130 с.
6. Дідковський В.С. Основи аналітичної механіки та теорії коливань. Підручник / В.С. Дідковський, К.С. Дрозденко. – Електронне мережне навчальне видання. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2023. – 146 с.
7. Настенко Є.А. Методи моделювання складних систем і процесів [Навчальний посібник] / Є.А. Настенко, В.А. Павлов, О.К. Городецька, Г.А. Корнієнко. – Київ, КПІ ім. Сікорського, 2022. – 141 с.
8. Ніколюк П.К. Моделювання систем [Навчальний посібник] / П.К. Ніколюк. – Вінниця ДонНУ імені Василя Стуса, 2023.
9. Тарг С.М. Короткий курс теоретичної механіки] / С.М. Тарг. – М.: Вища школа, 2010. – 416 с.

+ до кожного заняття рекомендуються додаткові джерела (див. Slack).

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ заняття	Назва теми лекції, перелік основних питань, посилання на літературу
1.	Математичні моделі, що описуються звичайними диференціальними першого порядку • Моделювання найпростіших задач, що описуються диференціальним рівнянням першого порядку. • Автономне диференціальне рівняння. Логістичне рівняння. Точки рівноваги. Поняття рівноважного розв'язку. Точки біфуркації. • Задачі управління. • Умова лабораторної роботи №1. Рекомендована література: [1,5].
2,3	Модель системи ракета-супутник. Чому будують 3 - ступеневі ракети? • Рух супутника. • Сила тяги ракетного двигуна. • Маса системи ракета - супутник. • Ідеалізована модель. • Практична реалізація ідеальної конструкції. ○ 3-ступенева модель. ○ n-ступенева модель.
4.	Захист лабораторної роботи № 1.
5.	Математичні моделі, що описуються звичайними лінійними диференціальними рівняннями другого порядку • Вільні гармонічні коливання. Згасаючі гармонічні коливання. • Вимушені коливання. Резонанс. Резонансні частоти. Вимушені коливання при в'язкому супротиві. Загальні властивості примусових коливань. • Приклади задач, що моделюються диференціальними рівняннями другого порядку. ○ Моделювання вимушених коливань лінійного осцилятора. ○ Математична модель для балансу попиту та пропозиції. • Умова лабораторної роботи №2. Рекомендована література: [3,4,5].
6.	Математичні моделі, що описуються лінійними системами звичайних диференціальних рівнянь • Автономні системи. Точка рівноваги. Типи фазових портретів • Приклади моделювання задач, що приводять до лінійної системи диференціальних рівнянь. ○ Моделі простих гідросистем. ○ Приклади задачі механіки. Подвійний/потрійний осцилятор. • Умова лабораторної роботи № 3

№ заняття	Назва теми лекції, перелік основних питань, посилання на літературу
	<i>Рекомендована література: [6-8].</i>
7.	Захист лабораторної роботи № 2 на тему: «Математичні моделі, що описуються звичайними лінійними диференціальними рівняннями вищих порядків»
8.	Нелінійні системи та їх моделі Математичні моделі, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями та їх системами. ○ Математична модель нелінійного фізичного маятника. ○ Осцилятор Дуффінга. Числові експерименти з моделлю. Аперіодичний режим. Режим згасаючих коливань. Точка біфуркації. Режими м'якого та жорсткого збудження. ○ Автоколивання. Рівняння Ван-дер-Поля. ○ Задача про налаштування кабелю між двома опорами. <i>Умова лабораторної роботи № 4</i> <i>Рекомендована література: [6-8].</i>
9.	Захист лабораторної роботи № 3.
10.	Контрольна робота № 1.
11.	Тема 6. «Рівняння руху системи в узагальнених координатах» • Узагальнені координати та швидкості. • Узагальнені сили та їх обчислення. Приклади. • Випадок потенціальних сил. • Умова рівноваги системи в узагальнених координатах. • Рівняння Лагранжа. • Приклади. <i>Рекомендована література: [9].</i>
12.	Захист лабораторної роботи № 4.
13.	Тема 7. «Вступ в теорію стійкості систем» Поняття збурений та незбурений рухів. Стійкість незбуреного руху за Ляпуновим. Рівняння збуреного руху. Рівняння першого наближення. <i>Рекомендована література: [9].</i>
14, 15	Тема 8. «Приклади на складання рівнянь збуреного руху» • Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в полі притягального центру. • Диференціальні рівняння збуреного руху конічного маятника. • Диференціальні рівняння збуреного руху центра мас штучного супутника Землі. <i>Рекомендована література: [9].</i>
16	Тема 9. «Прямий метод Ляпунова» • Функції Ляпунова. Критерій Сильвестра. • Теорема Ляпунова про стійкість руху. • Теореми про асимптотичну стійкість. • Теореми про нестійкість руху.

№ заняття	Назва теми лекції, перелік основних питань, посилання на літературу
	• Методи побудови функції Ляпунова. <i>Рекомендована література: [9].</i>
17,18	Тема 10. «Приклади на застосування теореми Ляпунова про стійкість руху» • Стійкість руху конічного маятника. • Стійкість стаціонарного руху центру мас штучного супутника Землі. • Визначення умов стійкості матеріальної точки в полі притягального центру. • Визначення області стійкості системи, що знаходиться під дією потенціальної нелінійної сили та сили супротиву. <i>Рекомендована література: [9].</i>
19,20	Тема 11. «Стійкість рівноваги і стаціонарний рух консервативних систем» • Теорема Лагранжа. • Оберненість теореми Лагранжа. Теорема Четаєва. • Приклад. Визначення області стійкості вертикального положення подвійного маятника. <i>Рекомендована література: [9].</i>
21.	Тема 12. Стійкість по першому наближенню Постановка задачі. Загальні теореми про стійкість по першому наближенню Теорема Ляпунова про нестійкість по першому наближенню Приклади на застосування теорем про асимптотичну стійкість та нестійкість руху. Критерій Гурвіца. Приклади. <i>Рекомендована література: [9].</i>
22	Контрольна робота № 2
23	Колоквіум

Лабораторні заняття

Основним завданням практичного заняття: закріплення студентами знань, отриманих під час лекцій та самостійної роботи.

Тиждень	Назва теми лабораторного заняття, перелік основних питань, посилання на літературу
4.	<i>Математичні моделі, що описуються звичайними диференціальними рівняннями першого порядку</i> <i>Рекомендована література: [1,5].</i>
7.	<i>Математичні моделі, що описуються звичайними лінійними диференціальними рівняннями вищих порядків</i> • Вимушені коливання лінійного осцилятора. • Визначення стаціонарних вимушених амплітуди та фази коливань. • Визначення резонансних частот та відповідних амплітуд. • Чисельне моделювання.

	<i>Рекомендована література: [3-5].</i>
9.	<i>Математичні моделі на основі моделі лінійної системи звичайних диференціальних рівнянь</i> • Модель простої гідросистеми. • Подвійний / потрійний осцилятор. • Математична модель для балансу попиту та пропозиції. <i>Рекомендована література: [5-8].</i>
12.	<i>Математичні моделі на основі моделі нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь</i> • Осцилятор Дуффінга • Автоколивання. Рівняння Ван-дер-Поля. • Задача про налаштування кабелю між двома опорами. <i>Рекомендована література: [1,3, 5].</i>

Самостійна робота студента

Самостійна робота студента складається із

- *підготовки до аудиторних занять (щотижня);*
- *підготовка та виконання модульної контрольної роботи;*
- *підготовка до екзамену.*

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- систематичне відвідування занять;
- заохочувальні бали надаються студентам за успішну роботу на аудиторних заняттях;
- пропущені контрольні роботи повинні бути виконані до заліку в час, встановлений викладачем;
- перескладання МКР не передбачено.

Комунікація

Базовою платформою для комунікації викладача зі студентами є Slack.

Важливі повідомлення загального характеру – зокрема про терміни подання контрольних робіт, питання до заліку та ін. – регулярно розміщуються викладачем на форумі курсу. Для персональних запитів використовується сервіс приватних повідомлень. Відповіді на запити студентів подаються викладачем впродовж трьох робочих днів.

Якщо за технічних причин доступ до Slack є неможливим, або Ваше питання потребує термінового розгляду, надішліть електронного листа з позначкою «Важливо» на адресу kostushkoia5@gmail.com. У листі обов'язково вкажіть Ваше прізвище, ім'я, курс та шифр академічної групи.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль:

- 1) захист лабораторних робіт—
 $4 \cdot 15 = 60$ балів;
- 2) виконання модульної контрольної роботи (МКР) –
 $2 \cdot 10 = 20$ балів;
- 3) відповіді на колоквіумі – 20 балів;

Календарний контроль проводиться двічі на семестр. Студент отримує оцінку «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60% від максимальної кількості балів, яку студент може отримати до даного календарного контролю.

Семестровий контроль: екзамен.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Бали за модульну контрольну роботу (МКР)

Протягом семестру заплановано дві контрольні роботи.

Максимальна кількість балів за кожну контрольну роботу становить 10 балів.

Усього за семестр:

$$2 \cdot 10 = 20 \text{ балів.}$$

Контрольна робота №1 містить завдання на побудову математичної постановки задачі прикладного характеру та її подальшого розв'язання.

Максимальну кількість балів за вирішення завдання (10 балів) студент отримує при умові, якщо він навів повний та правильний розв'язок задачі.

8-9 балів – у розв'язанні допущені описки, незначні арифметичні помилки, які суттєво не вплинули на остаточний розв'язок;

5-7 балів – у розв'язанні допущені помилки, які суттєво вплинули на відповідь;

1-6 балів – задача не вирішена до кінця, проте початок розв'язання наводиться правильно, відповіді немає;

0 балів – задача взагалі не розв'язана, або наведений хід розв'язку містить грубі помилки.

Контрольна робота № 2 містить задачі за тематикою «Стійкість руху механічних систем».

Максимальну кількість балів за вирішення завдання (10 балів) студент отримує при умові, якщо він навів повний та правильний розв'язок задачі.

8-9 балів – у розв'язанні допущені описки, незначні арифметичні помилки, які суттєво не вплинули на остаточний розв'язок;

5-7 балів – у розв'язанні допущені помилки, які суттєво вплинули на відповідь;

1-6 балів – задача не вирішена до кінця, проте початок розв'язання наводиться правильно, відповіді немає;

0 балів – задача взагалі не розв'язана, або наведений хід розв'язку містить грубі помилки.

2. Бали за відповіді на колоквіумі

Протягом семестру заплановано 1 колоквіум.

Максимальна кількість балів за колоквіум становить 20 балів. Кожне питання/завдання оцінюється в 4 - 5 бали в залежності від складності.

Максимальна кількість балів за колоквіум:

$$1 \cdot 20 = 20 \text{ балів.}$$

3. Бали за виконання лабораторних робіт

Протягом семестру заплановано 4 лабораторні роботи. Кожна лабораторна робота містить 1-3 завдань прикладного характеру. Усі завдання кожної лабораторної роботи оцінюються однаково. Максимальна кількість балів за лабораторну роботу 15 балів.

Максимальну кількість балів (15 балів) за одну лабораторну роботу студент отримує, при умові

1. якісного оформлення та
2. правильного розв'язку усіх запропонованих в умові лабораторної роботи завдань;
3. вчасного захисту,
4. змістовних відповідей на питання викладача стосовно наведених завдань.

У випадку неправильного розв'язання завдання (або плагіату) лабораторної роботи, студент за відповідне завдання отримує 0 балів.

Якщо завдання виконано правильно, але у випадках:

1. невчасного захисту; або
2. неправильних відповідей на питання викладача стосовно виконання завдання, оцінка може бути зниженою на 2 бали за кожний із наведених випадків.

Максимальне оцінювання усіх лабораторних робіт становить:

$$4 \cdot 15 = 60 \text{ балів.}$$

Умови допуску до екзамену. Необхідною умовою допуску студента до екзамену є виконання усіх завдань протягом семестру та отримання семестрового рейтингу не менше 60 балів. Інакше студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

У випадку, якщо студент допущений до екзамену, але хоче підвищити свій рейтинг, він може писати екзаменаційну контрольну роботу на 100 балів, при цьому бали, набрані протягом семестру, анулюються.

При семестровому рейтингу не менше 60 балів студент отримує екзамен відповідно до наступної таблиці:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

7. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік завдань, які виносяться на екзамен відповідає теоретичному та практичному матеріалу, розглянутому на протязі семестру.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцент, к.ф.- м.н, Костюшко Ірина Анатоліївна

Ухвалено кафедрою Прикладної математики (протокол № 16 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № від)