



ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 год. / 5 кредитів, лекції 36 год., практичні 36 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i>https://schedule.kpi.ua/lecturers?lecturerId=6c1f874e-0cdf-470b-bdb9-6b6e72d2c547</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: канд. фіз.-мат. наук Вовк Лілія Борисівна e-mail: Lilyvovk@gmail.com, Telegram: @lilyvovk Практичні: канд. фіз.-мат. наук Вовк Лілія Борисівна</i>
Розміщення курсу	<i>https://km-2-course-1sem-2021.slack.com/archives/C02CT7FL3NE https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&sd=10169&cm=24555&rcms=198822&ssm=cm&tree_list=</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є засвоєння студентами основних принципів, ідей та методів теорії ймовірності, необхідних для подальшого вивчення загальнотеоретичних та практично орієнтованих дисциплін та формування практичних навичок їх застосування в обраній предметній галузі; розвиток логічного та математичного мислення.

Предметом навчальної дисципліни є

- випадкові події, їх ймовірності;*
- випадкові величини, їх числові характеристики та розподіли;*
- послідовності випадкових величин, їх граничні розподіли та умови їх існування, гранична поведінка послідовностей випадкових величин, зокрема закони великих чисел та граничні теореми.*

Програмними результатами навчання передбачається отримання наступних компетенцій та результатів навчання (у застосуванні до предметної галузі теорії ймовірності):

- Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.*
- Здатність генерувати нові ідеї (креативність).*
- Здатність бути критичним і самокритичним.*

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
- Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.
- Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
- Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Необхідно опанування університетських курсів математичного аналізу, дискретної математики, алгебри та геометрії. Вивчення дисципліни є передумовою вивчення математичної статистики, основ машинного навчання, алгоритмів і систем комп'ютерної математики.

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ ТА ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

Тема 1.1. Ймовірнісний простір

Тема 1.2. Аксиоми теорії ймовірностей

Тема 1.3. Умовні ймовірності

Тема 1.4. Схема незалежних випробувань

Тема 1.5. Поняття про випадкові величини

Тема 1.6. Розподіли випадкових величин

Тема 1.7. Числові характеристики випадкових величин

РОЗДІЛ 2. ПОСЛІДОВНОСТІ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН ТА ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ

Тема 2.1. Збіжність послідовностей випадкових величин

Тема 2.2. Закони великих чисел

Тема 2.3. Апарат характеристичних функцій

Тема 2.4. Центральні граничні теореми

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей: [Підручник] / Б. В. Гнеденко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.

2. Медведєв М.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник / М.Г. Медведєв, І.О. Пащенко. – Київ: Видавництво Ліра-К, 2021. – 536 с.

3. Копич І. М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / І. М. Копич, В. М. Сороківський, О. В. Кіселевич, О. С. Пенцак. – Львів: Новий Світ-2000, 2020. – 381 с.

4. В. М. Турчин. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: [підручник] / Турчин В. М. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2006. – 476 с.

Допоміжна література

5. Слюсарчук П. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: [підручник] / П. В. Слюсарчук. – Ужгород: Карпати, 2005. – 187 с.

6. Пушак Я. С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики: навчальний посібник / Я. С. Пушак, Б. Л. Лозовий. – Львів: Видавництво "Магнолія -2006", 2021. – 275 с.

7. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 422 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Лекції

1 Ймовірнісний простір

- вступ до теорії ймовірностей
- стохастичний експеримент та пов'язані з ним поняття
- випадкова подія; простір елементарних подій; дії над подіями
- теорема додавання й наслідки з неї

2 Аксиоми теорії ймовірностей

- поняття сигма-алгебри
- поняття міри
- система аксіом теорії ймовірностей
- наслідки з аксіом

3 Умовні ймовірності

- поняття й властивості умовної ймовірності
- теорема множення
- формула повної ймовірності
- формула Байєса

4 Схеми незалежних випробувань

- основні поняття
- формула Бернуллі
- розподіл Пуассона

5 Поняття про випадкові величини (вв)

- означення вв
- властивості вв

6 Розподіли випадкових величин

- поняття розподілу вв
- дискретні та неперервні розподіли. Приклади
- функція та щільність розподілу вв

7 Числові характеристики випадкових величин. Математичне сподівання і дисперсія

- поняття математичного сподівання дискретної та неперервної вв
- властивості математичного сподівання
- поняття дисперсії дискретної та неперервної вв

- властивості дисперсії
- 8 **Числові характеристики випадкових величин. Багатовимірні вв**
 - загальне поняття моменту. Квантілі, мода, медіана
 - багатовимірні випадкові величини
 - коваріація, кореляція та їх властивості
- 9 **Збіжність послідовностей випадкових величин-1**
 - нерівність Чебишова
 - типи збіжності вв
 - збіжність за ймовірністю, її властивості
 - збіжність майже напевно, її властивості
- 10 **Збіжність послідовностей випадкових величин-2**
 - лема Бореля-Кантеллі
 - збіжність в середньому, її властивості
 - відношення між різними типами збіжності
- 11 **Закони великих чисел-1**
 - поняття ЗВЧ
 - теорема Чебишова
 - теорема Бернуллі
 - теорема Маркова
- 12 **Закони великих чисел-2**
 - необхідні та достатні умови для ЗВЧ
 - нерівність Колмогорова
 - посилений ЗВЧ. Теорема Колмогорова
 - теорема Бореля
- 13 **Характеристична функція випадкової величини. Означення та властивості**
 - поняття характеристичної функції випадкової величини
 - приклади характеристичних функцій
 - властивості характеристичної функції
 - формули обернення для характеристичних функцій
- 14 **Збіжність послідовностей характеристичних функцій**
 - збіжність в основному послідовностей функцій розподілу
 - I теорема Хеллі
 - II теорема Хеллі
 - слабка збіжність послідовностей функцій розподілу
 - відношення між типами збіжності послідовностей функцій розподілу
- 15 **Граничні теореми для характеристичних функцій**
 - теорема Бохнера-Хінчина
 - пряма гранична теорема
 - обернена гранична теорема
- 16 **Центральна гранична теорема (ЦГТ) для однаково розподілених випадкових величин**
 - поняття ЦГТ
 - ЦГТ в природі і техніці
 - умова Ліндеберга та її сенс
 - теорема Ліндеберга
- 17 **Поширені часткові випадки ЦГТ**
 - інтегральна гранична теорема Муавра-Лапласа
 - теорема Ляпунова
- 18 **Сучасні поширення ЦГТ**
 - поняття нескінченно подільних розподілів
 - основні властивості нескінченно подільних розподілів

- приклади нескінченно подільних розподілів
- канонічне зображення нескінченно подільних законів розподілу
- граничні теореми для сум

5.2. Практичні заняття

- 1 Основні поняття теорії ймовірностей**
 - випадкові події; простір елементарних подій;
 - дії над випадковими подіями
- 2 Аксиоми теорії ймовірностей та наслідки з них**
 - повторення основних понять комбінаторики
 - теорема додавання
 - аксиоми та наслідки з аксіом теорії ймовірностей
- 3 Умовна ймовірність. Незалежні події. Формула Байєса**
 - теорема множення
 - формула повної ймовірності
 - формула Байєса
- 4 Схеми незалежних випробувань – I**
 - формула Бернуллі
 - потік подій
 - теореми Муавра-Лапласа
- 5 Схеми незалежних випробувань – II**
 - найбільш імовірна кількість подій
 - планування експерименту
- 6 Випадкові величини. Розподіл дискретної випадкової величини. Приклади дискретних розподілів.**
 - розподіли дискретних випадкових величин
 - функція дискретного розподілу
- 7 Розподіл неперервної випадкової величини**
 - приклади неперервних розподілів
 - функція розподілу $F(x)$
 - щільність розподілу $f(x)$
- 8 Числові характеристики дискретних випадкових величин**
 - математичне сподівання дискретної W
 - дисперсія дискретної W
 - властивості математичного сподівання та дисперсії дискретної W
 - інші моменти, квантилі, мода та медіана
- 9 Числові характеристики неперервних випадкових величин.**
 - математичне сподівання неперервної W
 - дисперсія неперервної W
 - властивості математичного сподівання та дисперсії неперервної W
 - інші моменти, квантилі, мода та медіана
- 9 1) Нормальний (гауссовий) закон розподілу**
 - формули функції та щільності нормального розподілу
 - вплив параметрів нормального розподілу на форму нормальної кривої
 - функція Лапласа
 - ймовірність попадання в заданий інтервал нормальної W графік щільності нормального розподілу
- 2) Підготовка до МКР**
- 10 Модульна контрольна робота**
- 11 Нерівність Чебишова**
 - можливість застосування нерівності Чебишова

- оцінювання ймовірностей за допомогою нерівності Чебишова
- 12 **Теорема Чебишова та інші закони великих чисел - I**
 - можливість застосування теореми Чебишова
 - використання теореми Чебишова
- 13 **Теорема Чебишова та інші закони великих чисел - II**
 - необхідні та достатні умови для ЗВЧ
 - наслідки з ЗВЧ
 - використання ЗВЧ
- 14 **Характеристична функція випадкової величини – I**
 - підрахунок характеристичних функцій дискретних розподілів
 - підрахунок характеристичних функцій неперервних розподілів
- 15 **Характеристична функція випадкової величини – II**
 - властивості характеристичних функцій
 - використання апарату характеристичних функцій
- 16 **Центральна гранична теорема – I**
 - наслідки з ЦГТ
 - інтегральна гранична теорема Муавра-Лапласа
 - теорема Ляпунова
- 17 **Центральна гранична теорема – II**
 - використання інтегральної граничної теореми Муавра-Лапласа
 - використання теореми Ляпунова
- 18 **Повторення вивченого матеріалу, підготовка до іспиту**

6. Самостійна робота студента

- | | | |
|---|--|----------|
| 1 | Ймовірнісний простір
Опрацювання тем: стохастичний експеримент та пов'язані з ним поняття, випадкова подія; простір елементарних подій; дії над подіями, теорема додавання й наслідки з неї. Повторення теорії множин. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи. | 2,5 год. |
| 2 | Аксиоми теорії ймовірностей
Опрацювання тем: поняття сигма-алгебри, міри; система аксіом теорії ймовірностей та наслідки. Повторення комбінаторики. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи. | 2,5 год. |
| 3 | Умовні ймовірності
Опрацювання тем: поняття й властивості умовної ймовірності, теорема множення, формула повної ймовірності, формула Байєса. Додаткові випадки застосування поняття умовної ймовірності. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи. | 2,5 год. |
| 4 | Схеми незалежних випробувань
Опрацювання тем: формула Бернуллі, розподіл Пуассона, теореми Муавра-Лапласа, планування експерименту. Приклади ситуацій, коли застосовується схема незалежних випробувань. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи. | 3,5 год. |
| 5 | Поняття про випадкові величини
Опрацювання тем: означення та властивості випадкових величин. Означення та властивості інтегралів Лебега та Стільєса. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи. | 2,5 год. |
| 6 | Розподіли випадкових величин | 2,5 год. |

	Опрацювання тем: поняття розподілу випадкових величин. Дискретні та неперервні розподіли. Приклади ситуацій, моделями яких є розглянуті розподіли. Функція та щільність розподілу. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	
7	Числові характеристики випадкових величин Опрацювання тем: поняття математичного сподівання дискретної та неперервної випадкових величин, властивості математичного сподівання, поняття та властивості дисперсії дискретної та неперервної випадкових величин. Загальне поняття моменту. Квантилі, мода, медіана. Багатовимірні випадкові величини. Коваріація, кореляція та їх властивості. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	8,5 год.
8	Збіжність послідовностей випадкових величин Опрацювання тем: нерівність Чебишова, типи збіжності – збіжність за ймовірністю, збіжність майже напевно, збіжність в середньому, їх властивості. Відношення між різними типами збіжності. Лема Бореля-Кантеллі. Приклади застосування досліджених моделей. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	4 год.
9	Закони великих чисел Опрацювання тем: поняття закону великих чисел. Теорема Чебишова, Бернуллі, Маркова. Необхідні та достатні умови. Нерівність Колмогорова. Посилений закон великих чисел. Теорема Колмогорова та Бореля. Підібрати приклади ситуацій, в яких можливо застосування законів великих чисел. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	5 год.
10	Апарат характеристичних функцій Опрацювання тем: поняття характеристичної функції випадкової величини, приклади та властивості. Формули обернення для характеристичних функцій. Збіжність в основному послідовностей функцій розподілу. Теорема Хеллі. Слабка збіжність послідовностей функцій розподілу. Гранічні теореми для характеристичних функцій. Теорема Бохнера-Хінчина. Доведення теореми Муавра-Лапласа як наслідку з граничних теорем. Повторення перетворення Фур'є. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	4,5 год.
11	Центральні граничні теореми Опрацювання тем: поняття центральної граничної теореми (ЦГТ). Приклади ситуацій, коли застосовується ЦГТ. Умова Ліндеберга та її сенс, теорема Ліндеберга. Інтегральна гранична теорема Муавра-Лапласа, теорема Ляпунова. Сучасні поширення ЦГТ, нескінченно подільні розподіли. Рішення задач за темою. Виконання домашньої контрольної роботи.	8 год.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- *Відвідування лекцій та практичних занять є обов'язковим.*
- *На лекційних заняттях студенти повинні слухати уважно, конспектувати лекції, не створювати шуму. Дозволяється задавати питання для з'ясування незрозумілих моментів та відповідати на запитання викладача. Мобільні телефони, планшети,*

смарт-годинники та інші гаджети мають бути вимкнені або встановлені на беззвучний режим, користуватися ними не дозволяється.

- На практичних заняттях студенти повинні активно працювати, вирішувати запропоновані викладачем завдання у власних зошитах чи біля дошки (якщо заняття відбуваються в очному режимі). Дозволяється задавати питання для з'ясування незрозумілих моментів та відповідати на запитання викладача. Мобільні телефони, планшети, смарт-годинники та інші гаджети можуть використовуватися з дозволу викладача для виконання обчислень та пошуку інформації у беззвучному режимі.
- Дозволяється користуватися довідковим матеріалом у вигляді таблиць розподілів (роздрукованих чи у вигляді файлів на електронних носіях).
- Для додаткового опрацювання окремих тем задаються домашні контрольні роботи. Термін виконання кожної роботи – один тиждень. Роботи, виконані пізніше зазначеного терміну, оцінюються меншою кількістю балів. Роботи здаються у паперовому вигляді на наступному практичному занятті, якщо заняття відбуваються в очному режимі, або надсилаються викладачеві в електронній формі, якщо заняття відбуваються в дистанційному режимі.
- Модульні контрольні роботи виконуються під час відповідних практичних занять протягом фіксованого часу і здаються у паперовому вигляді, якщо заняття відбуваються в очному режимі, або надсилаються викладачеві в електронній формі, якщо заняття відбуваються в дистанційному режимі. Під час виконання роботи дозволяється користуватися електронними засобами для виконання обчислень (але не для пошуку інформації) та довідковим матеріалом у вигляді таблиць розподілів (роздрукованих чи у вигляді файлів на електронних носіях).
- Можливо виконання додаткових робіт у вигляді рефератів для поглибленого вивчення окремих розділів предметної області. Реферат є доповіддю на певну тему, що включає огляд відповідних наукових та інших джерел. Реферат виконується у вигляді файлу в текстовому форматі за встановленим шаблоном та конвертується в pdf. Об'єм тексту – 7-12 тис. знаків. Можлива усна доповідь за темою реферату. Реферат оцінюється заохочувальними балами.
- Під час вивчення дисципліни студенти повинні дотримуватися правил академічної доброчесності, що передбачає зокрема неприпустимість плагіату, списування та інших способів видавання чужого доробку за свій. За недотримання цих правил передбачається покарання, що включає в себе вилучення порушника/порушників з відповідного контрольного заходу та виставлення за нього оцінки «0».

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за роботу на практичних заняттях,
- 2) балів за домашні контрольні роботи (ДКР),
- 3) балів за модульну контрольну роботу (МКР),
- 4) заохочувальних балів за виконання додаткових завдань,
- 5) балів за відповідь на екзамені.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Робота на практичних заняттях

Бали нараховуються за активну роботу на практичних заняттях: не більше **10 балів** протягом усього семестру.

2. Модульний контроль

Проводиться одна модульна контрольна робота. Робота містить теоретичні запитання у вигляді закритого тесту та задачі. Вага кожного питання тесту – 1 бал, кожної задачі – від 1 до 3 балів. Ваговий коефіцієнт контрольної роботи – 20 балів.

Критерії оцінювання закритого тесту роботи:

правильна відповідь на кожне тестове запитання оцінюється в 1 бал.

Критерії оцінювання кожної задачі роботи¹:

максимальна кількість балів – задача вирішена вірно;

0,75 x на максимальну кількість балів за задачу – рішення практично вірне, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частка завдання (2/3 ... 3/4);

0,5 x на максимальну кількість балів за задачу – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

0,25 x на максимальну кількість балів за задачу – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частка завдання (1/4 ... 1/3);

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

3. Домашні контрольні роботи (ДКР)

Проводяться 10 домашніх контрольних робіт. Кожна робота містить 1 задачу вагою 1 – 3 бали в залежності від складності. Загальна сума балів за домашні роботи – 20.

Критерії оцінювання роботи:

максимальна кількість балів – задача вирішена вірно;

0,75 x на максимальну кількість балів за задачу – рішення практично вірне, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

0,5 x на максимальну кількість балів за задачу – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

0,25 x на максимальну кількість балів за задачу – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

0 балів – немає рішення або рішення невірне;

за кожний тиждень запізнення без поважної причини максимальна кількість балів зменшується на 0,5 балу.

4. Бали за виконання додаткових завдань

Студенти за бажанням можуть отримати додаткове завдання (реферат) з метою підвищення рейтингу. Тема обирається студентом самостійно та узгоджується з викладачем. Вимога – тема повинна відповідати предмету теорії ймовірності, але не викладатися в курсі. Вага завдання 3-5 балів в залежності від складності.

5. Календарний контроль

Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% від максимальної кількості балів, яку можливо отримати до даного календарного контролю. На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менше 13 балів, на другій атестації (14-й тиждень) – не менше 22 балів.

6. Бали за відповідь на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 1 теоретичного питання у вигляді закритого тесту вагою 20 балів та 2-3 практичних завдань по 10 або 20 балів кожне загальною вагою 30 балів. Рішення одного практичного завдання оцінюється 20 балами або 10 балами в залежності від складності.

Критерії оцінювання закритого тесту екзаменаційної роботи: правильна відповідь на кожне тестове запитання оцінюється в 1 бал.

Критерії оцінювання практичного завдання екзаменаційної роботи вагою 20 балів:

20 балів – відповідь вірна, повна, розрахунки виконані у повному обсязі;

¹ Всі оцінки виставляються з точністю до 0,5. При виставленні оцінок до відомостей округлення відбувається до цілих значень.

15-19 балів – відповідь практично вірна, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

10-14 балів – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

5-9 балів – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

1-4 бали – вказано вірний метод рішення, наведені формули, але задача не вирішена;

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

Критерії оцінювання практичного завдання екзаменаційної роботи вагою 10 балів:

10 балів – відповідь вірна, розрахунки виконані у повному обсязі;

7-9 балів – відповідь практично вірна, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

5-6 балів – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

3-4 бали – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

1-2 бали – вказано вірний метод рішення, наведені формули, але задача не вирішена;

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

20 балів × 1 теоретичне питання + 20 балів × 1 практичне запитання + 10 балів × 1 практичне запитання = **50 балів**

або

20 балів × 1 теоретичне запитання + 10 балів × 3 практичні запитання = **50 балів.**

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 10 + 20 + 20 = 50 \text{ балів.}$$

Із цієї суми за семестр студент може набрати певну кількість балів r_C .

Екзаменаційна складова (R_E) шкали дорівнює 50 балам, тобто складає 50% від R .

За відповідь на екзамені студент може набрати певну кількість балів r_E .

Рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Необхідною умовою допуску до екзамену є виконання модульної контрольної роботи та набрані $r_C = 25$ балів.

Якщо навчання та екзамен відбуваються у дистанційному режимі, студенти, які допущені до екзамену та виконали всі домашні роботи на позитивні оцінки, отримують свою попередню оцінку з дисципліни (R_D).

Вона розраховується таким чином:

$$R_D = 60 + \frac{40 \cdot (r_C - 25)}{R_C - 25} = 60 + \frac{40 \cdot (r_C - 25)}{25} = 20 + 1,6 \cdot r_C,$$

де R_D – попередня оцінка з дисципліни за 100-бальною шкалою,

r_C – сума балів, набраних студентом за семестр (семестровий рейтинг),

25 – допусковий бал до екзамену,

і повідомляється студентам на консультації перед екзаменом.

- Якщо студент отримав попередню оцінку та погоджується з нею, вона стає остаточною та виставляється в екзаменаційну відомість;

- Якщо студент отримав попередню оцінку та не згоден з нею, він здає екзамен за наведеними раніше правилами, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;

- Якщо студент виконав умови допуску до іспиту, але не виконав умову отримання попередньої оцінки, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;

- Якщо студент не виконав умови допуску до іспиту, він отримує додаткову можливість виконати ці умови (написати МКР та, за потреби, якщо набраних балів все одно недостатньо, додаткову контрольну роботу). Якщо після цього умови допуску виконані, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$.

Якщо (частина) навчання та екзамен відбуваються в очному режимі, то оцінка за екзамен автоматично не виставляється.

- Якщо студент виконав умови допуску до екзамену, він здає його, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;

- Якщо студент не виконав умови допуску до екзамену, він отримує додаткову можливість виконати ці умови (написати МКР та, за потреби, якщо набраних балів все одно недостатньо, додаткову контрольну роботу). Якщо після цього умови допуску виконані, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$.

Оцінка за дисципліну виставляється відповідно до значення R_D згідно з таблицею.

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- *Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль, міститься в Додатку 1.*
- *Зразок завдань модульної контрольної роботи міститься в Додатку 2.*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри ПМА, канд. фіз.-мат. наук Лілією ВОВК

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 13 від 16.06.2022)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 9 від 24.06.2022)

Перелік теоретичних питань до іспиту з теорії ймовірності

1. Стохастичний експеримент. Простір елементарних подій.
2. Випадкові події. Види випадкових подій.
3. Операції над подіями, їх властивості.
4. Сигма-алгебра елементарних подій. Аксиоми.
5. Означення ймовірності. Аксиоми.
6. Ймовірнісний простір. Визначення й аксіоматика.
7. Властивості ймовірності: ймовірність протилежної події, теорема віднімання, наслідки.
8. Теорема додавання для двох подій, наслідки.
9. Теорема додавання для скінченної кількості подій.
10. Теорема про неперервність ймовірності.
11. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей.
12. Загальна теорема множення ймовірностей.
13. Повна група подій. Формула повної ймовірності.
14. Формула Байєса.
15. Незалежні випадкові події. Означення і властивості.
16. Парна незалежність та незалежність у сукупності випадкових подій. Приклад Бернштейна.
17. Схема незалежних випробувань Бернуллі.
18. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа.
19. Функція Гаусса та функція Лапласа. Їхні властивості.
20. Застосування інтегральної теореми Муавра-Лапласа.
21. Теорема Пуассона.
22. Випадкові величини. Означення та приклади.
23. Розподіл і функція розподілу випадкової величини.
24. Властивості функції розподілу.
25. Біноміальний розподіл. Формула Бернуллі. Числові характеристики та характеристична функція біноміального розподілу (з доведенням).
26. Розподіл Пуассона. Найпростіший (пуассонівський) потік подій. Числові характеристики та характеристична функція розподілу Пуассона (з доведенням).
27. Геометричний розподіл. Числові характеристики та характеристична функція геометричного розподілу (з доведенням).
28. Означення абсолютно неперервного розподілу. Щільність розподілу випадкової величини.
29. Рівномірний розподіл. Числові характеристики та характеристична функція рівномірного розподілу (з доведенням).
30. Нормальний розподіл. Числові характеристики та характеристична функція нормального розподілу (з доведенням).
31. Експоненційний розподіл. Числові характеристики та характеристична функція експоненційного розподілу (з доведенням).
32. Розподіли, пов'язані з нормальним – логнормальний, χ^2 , Стюдента, Фішера-Снедекора. Означення та властивості.
33. Розподіл багатовимірної випадкової величини.
34. Математичне сподівання. Властивості математичного сподівання.
35. Дисперсія випадкової величини, її властивості.
36. Моменти та інші числові характеристики випадкової величини.
37. Числові характеристики багатовимірної випадкової величини.
38. Коваріація і кореляція. Їх властивості.
39. Умовне математичне сподівання. Регресія.
40. Нерівність Чебишова. Загальний вигляд та наслідки.

41. Типи збіжності випадкових величин. Співвідношення між збіжністю за ймовірністю та збіжністю майже напевно.
42. Теорема Чебишова та наслідки з неї.
43. Нерівність Колмогорова.
44. Посилений закон великих чисел (теорема Колмогорова). Теорема Бореля.
45. Характеристична функція випадкової величини. Означення і основні властивості (з доведенням). Теорема Бохнера-Хінчина (без доведення).
46. Формула обернення та теорема єдиності для характеристичних функцій.
47. Прямі та обернені граничні теореми для характеристичних функцій.
48. Перша та друга теореми Хеллі (без доведення).
49. Характеристичні функції багатовимірних випадкових величин. Їх властивості (без доведення).
50. Умова Ліндеберга, її сенс.
51. Теорема Ліндеберга (без доведення).
52. Теорема Ляпунова.
53. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.
54. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа як наслідок з центральної граничної теореми.

Зразки завдань модульної контрольної роботи

1 (2 бали). Відомі ймовірності подій A , B і $A \cap B$: $P(A) = p_1$, $P(B) = p_2$, $P(A \cap B) = p_3$. Знайти ймовірності подій, що є різними комбінаціями подій A , B та операцій додавання, множення, різниці подій.

2 (2 бали). Троє уболівальників, Андрій, Борис та Віктор, що відмітили перемогу своєї команди, повертаються в номер готелю. Відомо, що двом з них вдалося дістатися номеру. Знайти ймовірність того, що в номер прийшов Андрій, якщо ймовірності знайти номер для Андрія, Бориса та Віктора відповідно дорівнюють p_1 , p_2 , p_3 . Уболівальники повертаються в номер поодинці. (Задачу вирішувати з допомогою формули Байєса)

3 (2 бали). На заводі проходять тестування N мікросхем. Ймовірність відмови однієї мікросхеми під час тестування p . Знайти ймовірність того, що під час тестування:

- 1) відмовлять рівно m_1 мікросхем;
- 2) відмовлять не більше m_2 мікросхем.

4 (1 бал) Задано щільність розподілу випадкової величини ξ . Записати її функцію розподілу.

5 (2 бали). Дискретну випадкову величину ξ задано законом розподілу. Знайти її математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення і моду.

ξ										
p										

6 (3 бали) Абсолютно неперервну випадкову величину ξ задано функцією розподілу. Знайти її математичне сподівання, дисперсію та моду.

Тест (8 балів)

1. Експеримент полягає в підкиданні симетричної гральної кістки. Обрати з запропонованих пар подій рівноможливі
2. Експеримент полягає в вийманні однієї карти з колоди. Обрати з запропонованих пар подій несумісні
3. Експеримент – виймання однієї карти з колоди. Які з запропонованих груп подій утворюють повну групу
4. Яке з наведених тверджень справедливе для функції Гаусса $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$?
5. Вказати рисунок, на якому зображено графік функції розподілу деякої дискретної випадкової величини ξ , яка набуває значень x_1, x_2, x_3, x_4
6. Яке з наведених нижче тверджень про властивості математичного сподівання випадкової величини $M\xi$ є істинним?
7. Яке з наведених нижче тверджень про властивості дисперсії випадкової величини $D\xi$ є істинним?
8. Математичне сподівання випадкової величини ξ , розподіленої за біноміальним законом (n – кількість випробувань, p – ймовірність відбуття події A , $q = 1 - p$), дорівнює