



ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний</i>
Обсяг дисципліни	<i>6 кредитів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен/МКР, колоквіум</i>
Розклад занять	<i>лекція – 2 год. на тиждень, практичні – 2 год. на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектори: <i>Чертів Олег Романович, chertov@i.ua;</i> <i>Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com</i> Практичні: <i>Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com</i> <i>Андрусенко Олена Миколаївна, a.andrusenko@gmail.com</i> <i>Костюшко Ірина Анатоліївна, kostushkoia5@gmail.com</i>
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс https://app.slack.com/client/T01LQGVKNMP/C01LJ5M3F28

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Математичний аналіз» є базовим курсом при підготовці фахівців з прикладної математики та науки про дані.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «113 Прикладна математика», формування світогляду на математичний аналіз як на фундаментальну науку.

Предметом вивчення дисципліни є математичні поняття та методи диференціального та інтегрального числення функції комплексної змінної і теорії рядів комплексного аргументу.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти після засвоєння дисципліни «Теорія функцій комплексної змінної» мають продемонструвати такі результати навчання:

компетентності

- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;

знання:

- умов диференційованості функцій комплексної змінної
- підходів до інтегрування функцій комплексної змінної;
- методів теорії лишків;
- операційного числення;

уміння:

- диференціювати функції комплексної змінної;
- інтегрувати функції комплексної змінної в комплексній площині, в т. ч. застосовувати теорію лишків до обчислення деяких визначених інтегралів від функції дійсної змінної;
- розкладати функції комплексної змінної в ряд Лапласа;
- знаходити конформні відображення стандартних областей;
- застосовувати перетворення Лапласа до розв'язання систем диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами;

навички:

- представлення функцій степеневими рядами;
- обчислення інтегралів від дійсних та комплексних функцій методами теорії лишків;
- інтегрування диференціальних рівнянь та систем першого порядку;
- конформного перетворення областей комплексної площини;

досвід:

- інтегрування та диференціювання функцій комплексної змінної;
- виконання конформних перетворень;
- розв'язання систем диференціальних рівнянь методами операційного числення.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Теорія функцій комплексної змінної» вивчається на 2 курсі в весняному семестрі та забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Алгоритми і системи комп'ютерної математики

Вивченню дисципліни «Теорія функцій комплексної змінної» має передувати вивчення дисципліни «Математичний аналіз».

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ ТА ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Тема 1.1. Комплексна площина.

Тема 1.2. Функції комплексної змінної.

Тема 1.3. Диференціювання функцій комплексної змінної.

Тема 1.4. Інтегрування в комплексній площині.

РОЗДІЛ 2. РЯДИ ЛОРАНА ТА ТЕОРІЯ ЛИШКІВ

Тема 2.1. Особливі точки функцій комплексної змінної.

Тема 2.2. Ряд Тейлора.

Тема 2.3. Ряд Лорана.

Тема 2.4. Поняття лишку та його обчислення.

Тема 2.5. Обчислення комплексних інтегралів методами теорії лишків.

Тема 2.6. Обчислення дійсних інтегралів методами теорії лишків.

РОЗДІЛ 3. КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ТА ОСНОВИ ОПЕРАЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ

Тема 3.1. Поняття та принципи конформних відображень.

Тема 3.2. Конформні відображення елементарними функціями.

Тема 3.3. Перетворення Лапласа, його властивості.

Тема 3.4. Застосування перетворення Лапласа до інтегрування диференціальних рівнянь та їх систем.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Грищенко О.Ю., Ляшко С.І. Теорія функцій комплексної змінної. – К.: Київський університет, 2009. – 495 с.
2. Бернацька Ю.М. Елементи теорії функцій комплексної змінної. – К.: Видавничий дім «Києво-Могилянська академія», 2008. – 142 с.
3. Мартиненко М.А. Теорія функцій комплексної змінної. – К.: Слово, 2007. – 296 с.

Допоміжна література

4. Андрусак І.В. та інші. Теорія функцій комплексної змінної та операційне числення. – Львів: Растр-7, 2021. – 243 с.
5. Верьовкіна Г.В. Конформні відображення функцій комплексної змінної. – К: Кравченко Я.О., 2019. – 49 с.
6. Щоголев С.А. Елементи теорії функцій комплексної змінної. – Одеса: ОНУ, 2016. – 106 с.

Матеріали курсу представлені в <https://app.slack.com/client/T01LQGVKNMP/C01LJ5M3F28>, <http://login.kpi.ua>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

1 Збіжність в комплексній площині

Поняття околу комплексного числа. Нескінченно віддалена точка. Границя послідовності комплексних точок. Необхідна та достатня умова збіжності комплексної послідовності. Критерій Коші збіжності.

2 Функції комплексної змінної

Поняття функції комплексної змінної, її дійсна та уявна частина. Багатозначні та однозначні функції. Границя функції. Неперервні функції. Приклади функцій комплексної змінної. Однолистка функція.

3 Необхідна та достатня умова диференційованості

Поняття диференційованої функції та похідної функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана.

4 Диференціювання функції комплексної змінної.

Геометричний зміст похідної функції комплексного аргументу. Сталість розтягнення. Збереження кутів. Поняття конформного відображення.

5 Інтегрування в комплексній площині.

Визначення інтегралу від комплексної функції. Методика його обчислення. Достатня ознака існування інтегралу. Властивості інтегралу від функції комплексного аргументу. Теорема Коші. Теорема Гурса. Інтегральна формула Коші. Інтегральна формула Коші для похідних. Теорема Морера. Теорема Ліувілля.

6 Особливі точки функції комплексної змінної.

Поняття правильної та особливої точки функції. Класифікація особливих точок. Узагальнена теорема Ліувілля.

7 Степеневі ряди в комплексному аналізі.

Поняття аналітичної функції. Теорема Тейлора.

8 Ряд Лорана

Ряд Лорана. Представлення функції рядом Лорана.

9 Аналітичне продовження

Єдиність визначення аналітичної функції. Поняття аналітичного продовження. Елементарні функції комплексної змінної.

10 Поняття про лишки.

Поняття лишка. Методи знаходження лишків для різних типів особливих точок.

11 Застосування теорії лишків до інтегрування функцій комплексної змінної.

Основна теорема про лишки. Методи обчислення комплексних інтегралів

12 Застосування теорії лишків до інтегрування функцій дійсної змінної-1.

Обчислення інтегралів Рімана від функції дійсної змінної. Обчислення невластних інтегралів першого роду.

13 Застосування теорії лишків до інтегрування функцій дійсної змінної-2.

Лема Жордана. Обчислення невластних інтегралів другого роду

14 Основні поняття теорії конформних відображень.

Поняття конформного відображення. Критерій конформності.

15 Основні принципи конформних відображень

Основні принципи конформного відображення. Дробово-лінійна функція та її властивості.

16 Конформні відображення елементарними функціями.

Конформні відображення за допомогою експоненти, логарифму, функції Жуковського.

17 Поняття перетворення Лапласу

Поняття оригінала та зображення. Визначення перетворення Лапласу. Зв'язок

між оригіналом та зображенням. Властивості перетворення Лапласу.

18 **Практичне використання перетворення Лапласу.**

Основна таблиця оригіналів та зображень. Використання перетворення Лапласу для розв'язку лінійних диференціальних рівнянь.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення студентами на практиці знань, отриманих ними під час лекцій та самостійної роботи.

Треба відпрацювати такі теми:

1. **Комплексні числа. Основні операції.**

Дії над комплексними числами. Визначення областей у комплексній площині.

2. **Функції комплексної змінної.**

Представлення елементарних функцій комплексного аргументу в алгебраїчній формі.

3. **Диференціювання функції комплексної змінної.**

Умови Коші-Рімана. Дослідження функцій на диференційованість.

4. **Інтегрування функцій комплексного аргументу.**

Зведення до криволінійних інтегралів другого роду. Комплексна параметризація кривої. Інтегральна формула Коші.

5. **Ізольовані особливі точки функції комплексної змінної.**

Типи особливих точок. Визначення типу особливої точки.

6. **Степеневі ряди в комплексній площині**

Радіус збіжності. Знаходження області збіжності степеневого ряду.

7. **Розвинення функцій в ряд Лорана**

Розклад в ряд Лорана раціональних та трансцендентних функцій.

8. **Дослідження типу особливих точок за допомогою ряду Лорана**

Зв'язок між типом особливих точок та виглядом головної частини ряду Лорана.

9. **Обчислення лишків в особливих точках різних типів.**

Поняття лишка. Формули для обчислення лишків в полюсах та істотно особливих точках. Обчислення лишків за допомогою рядів Лорана.

10. **Обчислення інтегралів від функцій комплексного аргументу за допомогою лишків.**

Обчислення інтегралів за допомогою основної теореми про лишки. Використання теореми про повну суму лишків.

11. **Обчислення деяких інтегралів від функцій дійсної змінної за допомогою теорії лишків**
Інтеграли від тригонометричних функцій. Невласні інтеграли першого та другого роду.
12. Колоквіум
13. **Конформні відображення. Дослідження на конформність**
Означення конформного відображення. Критерій конформності. Перевірка на конформність. Зміна області.
14. **Дробово-лінійне відображення.**
Конформність дробово-лінійного відображення. Використання властивостей дробово-лінійного відображення для визначення образу області.
15. **Конформні відображення елементарними функціями.**
Відображення тригонометричними функціями. Відображення трансцендентними функціями.
16. **Пошук конформних перетворень областей**
Знаходження конформного відображення області на область за допомогою композиції відомих відображень.
17. **Пошук зображень та оригіналів.**
Оригінал та зображення. Властивості перетворення Лапласа. Знаходження зображення за оригіналом. Відтворення оригіналу на основі зображення.
18. **Розв'язок диференціальних рівнянь та їх систем за допомогою перетворення Лапласа.**
Знаходження розв'язку задачі Коші для лінійного диференціального рівняння n -ого порядку за допомогою перетворення Лапласа.

На початку кожного практичного заняття перевіряється і аналізується домашнє завдання.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться:

- підготовка до аудиторних занять – систематично до 2 годин на заняття з урахуванням повторення лекційного матеріалу;
- підготовка до контрольної роботи – до 4 годин самостійної роботи;
- підготовка до екзамену – до 10 годин самостійної роботи;
- самостійно ознайомитися з темами: гілки та точки розгалуження багатозначних функцій, конформні відображення другого роду, конформне відображення тригонометричними функціями, перетворення Лапласу згортки функцій – до 10 годин СРС.

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- систематичне відвідування занять (як лекцій, так і, особливо, практичних);
- за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати до 0,4 балів.;
- заохочувальні бали нараховуються за відповіді на запитання лектора до загальної аудиторії, за знаходження помилок та описок у лекціях, за задавання питань, які свідчать про вдумливу роботу студента із навчальним матеріалом;
- у випадку недостатньої кількості балів, що набрані за семестр, для допуску до екзамену, дається декілька завдань, для досягнення допуску;
- за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали, за списування на екзамені студент усувається із аудиторії.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, колоквиум, МКР, розрахункова робота.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: екзамен

Умови допуску до семестрового контролю: виконання розрахункової роботи / семестровий рейтинг не менше ніж 25 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на семестровий контроль;
- екзамен проходить у письмовій формі по індивідуальних білетах; завдання в білетах різні, не повторюються, розраховані на час проведення екзамену й загалом однакові по складності;
- кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі;
- кожне теоретичне питання та практичне заняття оцінюється у 10 балів;
- для встановлення степені знання студентом матеріалу після перевірки письмової відповіді додатково задаються додаткові запитання, які оцінюються у сукупності у 10 балів;
- за умови дистанційного семестрового контролю екзаменаційний білет буде складатися з одного теоретичного запитання та двох практичних завдань, що оцінюються по 10 балів кожне (у режимі письмової контрольної); додаткові запитання оцінюються у 20 балів та задаються кожному студенту особисто в режимі відеоконференції.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Мальчиков Володимир Вікторович

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 13 від 16 червня 2022 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 9 від 24 червня 2022 р.)