Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра прикладної
математики

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	***Перший (бакалаврський)***
Галузь знань	*11 Математика та статистика*
Спеціальність	*113 Прикладна математика*
Освітня програма	*Наука про дані та математичне моделювання*
Статус дисципліни	*Нормативна*
Форма навчання	*очна(денна)*
Рік підготовки, семестр	*1 курс, осінній та весняний; 2 курс, осінній*
Обсяг дисципліни	*17 кредитів*
Семестровий контроль/ контрольні заходи	*КМ1 - екзамен/МКР,РР,колоквіум; КМ2 - екзамен/МКР,РР,колоквіум; КМ3 - екзамен/МКР,РР,колоквіум*
Розклад занять	*лекція – 3 год. на тиждень, практичні – 3 год. на тиждень (КМ1 та КМ2)* *лекція – 2 год. на тиждень, практичні – 2 год. на тиждень (КМ3)*
Мова викладання	*Українська*
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектори: *Чертов Олег Романович, chertov@i.ua;* *Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com* Практичні: *Мальчиков Володимир Вікторович, mavr2k@gmail.com* *Андрусенко Олена Миколаївна, a.andrusenko@gmail.com* *Костюшко Ірина Анатоліївна, kostushkoia5@gmail.com*
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019J805ELD

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Математичний аналіз» є базовим курсом при підготовці фахівців з прикладної математики та науки про дані.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «113 Прикладна математика», формування світогляду на математичний аналіз як на фундаментальну науку.

Предметом вивчення дисципліни є математичні поняття та методи диференціального та інтегрального числення функції однієї та багатьох змінних і теорії рядів.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти після засвоєння кредитного модуля «Математичний аналіз – 1» мають продемонструвати такі результати навчання:
<u>компетентності</u>
- *здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;*
- *демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;*

<u>знання:</u>
- *основних понять теорії множин та математичної логіки, що лежать в основі дисципліни;*
- *теорії границь послідовностей та функцій однієї змінної ;*

- *диференціальне числення функцій однієї змінної та основні властивості диференційованих функцій, які важливі для чисельних методів;*

<u>уміння:</u>

- *знаходити границі послідовностей та функцій ;*
- *досліджувати функції на неперервність та визначати їхні точки розриву ;*
- *знаходити функції, еквівалентні даній в околі заданої точки ;*
- *знаходити похідні та диференціали (в т. ч. вищих порядків) функцій однієї змінної, функцій заданих параметрично, неявної та складної і оберненої функції ;*
- *знаходити многочлен Тейлора для функцій однієї і використовувати його до наближених обчислень з оцінкою похибки ;*
- *будувати графіки функцій з дослідженням їх методами диференціального числення;*

<u>навички:</u>

- *інтегрування та диференціювання функцій однієї дійсної змінної;*
- *розкладу функцій в ряд Тейлора;*
- *обчислення границь функцій однієї змінної;*

<u>досвід</u>:

- *обчислення границь функцій однієї та багатьох змінних;*
- *диференціювання функцій однієї та багатьох змінних.*

Після засвоєння кредитного модуля «Математичний аналіз – 2» студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

<u>компетентності</u>

- *здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;*
- *демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;*

<u>знання:</u>

- *теорії границь функцій багатьох змінних;*
- *диференціального числення функцій багатьох змінних і основних властивості диференційованих функцій, важливі для чисельних методів;*
- *теорії інтегралів Рімана та їх застосування в прикладних задачах;*
- *теорії невласних інтегралів;*

<u>уміння:</u>

- *знаходити первісні раціональних, ірраціональних та трансцендентних функцій;*
- *обчислювати визначені інтеграли від функції однієї змінної і вміти застосовувати їх до обчислення площ, об'ємів та поверхонь тіл обертання ;*
- *досліджувати невласні інтеграли від функції однієї змінної на збіжність і обчислювати їх ;*
- *знаходити частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних, в т. ч. функцій заданих неявно та системою рівнянь ;*
- *знаходити розвинення функцій багатьох змінних за формулою Тейлора ;*
- *досліджувати на збіжність числові та функціональні ряди, знаходити область та радіус збіжності степеневих рядів;*

<u>навички:</u>

- *диференціювання функцій декількох дійсних змінних;*
- *представлення функцій у вигляді степеневих рядів;*
- *обчислення границь функцій багатьох змінних;*
- *дослідження рядів на збіжність;*

<u>досвід</u>:

- *обчислення границь та диференціювання функцій багатьох змінних;*
- *обчислення інтегралів Рімана та невласних інтегралів;*
- *дослідження рядів на збіжність.*

Після засвоєння кредитного модуля «Математичний аналіз – 3» студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

<u>компетентності</u>

- *здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;*
- *демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;*

знання:
- *інтегрального числення функцій багатьох змінних з елементами векторного аналізу ;*
- *гармонійного аналізу;*

уміння:
- *обчислювати подвійні, потрійні, криволінійні та поверхневі інтеграли обох типів ;*
- *знаходити і досліджувати на збіжність ряди Фур'є функцій з відповідних класів ;*
- *знаходити перетворення Фур'є абсолютно-інтегрованих функцій*

навички:
- *інтегрування функцій декількох дійсних змінних;*
- *представлення функцій у вигляді інтегралів та рядів Фур'є;*

досвід:
- *обчислення різних типів інтегралів;*
- *представлення функцій рядами Фур'є.*

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Математичний аналіз» вивчається на 1 курсі в осінньому та весняному семестрі та 2 курсі в осінньому семестрі та забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика:
- *Диференціальні рівняння*
- *Чисельні методи*
- *Функціональний аналіз*

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль 1. Диференціальне числення

РОЗДІЛ 1 ФУНКЦІЇ ТА МНОЖИНИ

Тема 1.1 Елементи теорії множин.

Тема 1.2 Відношення. Відображення. Функції.

Тема 1.3 Числові множини

Тема 1.4 Потужність множин

Тема 1.5 Комплексні числа та дії над ними

РОЗДІЛ 2 ТЕОРІЯ ГРАНИЦЬ

Тема 2.1 Границя послідовності

Тема 2.2 Границя функції

Тема 2.3. Неперервні функції

РОЗДІЛ 3 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Тема 3.1 Похідна і диференціал.

Тема 3.2 Властивості диференційованих функції.

Тема 3.3 Формула Тейлора.

Тема 3.4 Дослідження поведінки функції методами диференціального числення

Кредитний модуль 2. Інтегральне числення

РОЗДІЛ 1 НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ.

Тема 1.1 Первісна функція. Елементарні методи інтегрування

Тема 1.2 Інтегрування раціональних функцій

Тема 1.3 Інтегрування тригонометричних функцій

Тема 1.4 Інтегрування ірраціональних функцій

РОЗДІЛ 2 ІНТЕГРАЛ РІМАНА ТА НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ

Тема 2.1 Визначення інтегралу Рімана.
Тема 2.2 Властивості інтегралу Рімана
Тема 2.3 Інтеграл як функція верхньої межі
Тема 2.4 Застосування визначеного інтегралу
Тема 2.5 Визначення та властивості невласних інтегралів
Тема 2.6 Збіжність невласних інтегралів
РОЗДІЛ 3 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ ТА ЧИСЛОВІ РЯДИ
Тема 3.1 Простір R^n *та важливі класи його підмножин*
Тема 3.2 Границя та неперервність функції багатьох змінних
Тема 3.3 Диференціювання функції багатьох змінних
Тема 3.4 Екстремуми функції багатьох змінних
Тема 3.5 Основні властивості збіжних рядів
Тема 3.6 Числові ряди з додатними елементами
Тема 3.7 Знакозмінні ряди

Кредитний модуль 3. Теорія поля
РОЗДІЛ 1 ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ ТА ІНТЕГРАЛИ, ЗАЛЕЖНІ ВІД ПАРАМЕТРУ
Тема 1.1 Збіжність та рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів
Тема 1.2 Властивості рівномірно збіжних послідовностей і рядів
Тема 1.3 Степеневі ряди
Тема 1.4 Рівномірна збіжність сім'ї функцій за параметром. Властивості інтегралів залежних від параметру.
Тема 1.5. Невласні інтеграли, залежні від параметру
РОЗДІЛ 2 КРАТНІ, КРИВОЛІНІЙНІ ТА ПОВЕРХНЕВІ ІНТЕГРАЛИ
Тема 2.1 Міра Жордана
Тема 2.2 Поняття кратного інтегралу по вимірній множині.
Тема 2.3 Редукція кратного інтегралу до інтегралів по окремим змінним.
Тема 2.4 Відображення вимірних множин. Заміна змінних у кратному інтегралі
Тема 2.5 Елементи диференціальної геометрії поверхні. Площа поверхні
Тема 2.6 Міра Лебега
Тема 2.7 Вимірні функції. Інтеграл Лебега
Тема 2.8 Інтеграл Лебега, як функція множини. Теорема Радона-Нікодіма
Тема 2.9 Криволінійний інтеграл 1-го роду.
Тема 2.10 Криволінійний інтеграл 2-го роду. Формула Гріна
Тема 2.11 Поверхневі інтеграли 1-го роду.
Тема 2.12 Поверхневий інтеграл 2-го роду
Тема 2.13 Скалярні та векторні поля. Формули Остроградського та Стокса
Тема 2.14 Соленоїдальні та потенціальні векторні поля
РОЗДІЛ 3 ГАРМОНІЙНИЙ АНАЛІЗ
Тема 3.1 Тригонометричні ряди Фур'є
Тема 3.2 Перетворення Фур'є

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. *Чертов О.Р. Математичний аналіз для програмістів. – К.: Промені, 2005. – 280 с.*
2. *Дзядик В.К. Математичний аналіз. – К.:Вища школа, 1995. – 495 с.*
3. *Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.*
4. *Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2. – К.: Либідь, 1994. – 304 с.*

Допоміжна література

5. *Дрогомирецька Х.Т., Каленюк П.І., Клапчук М.І., Понеділок Г.В. Математичний аналіз функцій дійсної змінної. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 589 с.*
6. *Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 2. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 399 с.*

7. *Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 1. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорскього, 2019. – 334 с.*
8. *Радченко О.М. Математичний аналіз. Частина 1: Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: ТВіМС, 1999. – 152 с.*
9. *Радченко О.М. Математичний аналіз. Частина 2: Ряди та інтеграли з параметром. Функції декількох змінних. – К.: ТВіМС, 2000. – 224 с.*

Матеріали курсу представлені в https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019J805ELD, http://login.kpi.ua.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Кредитний модуль «Математичний аналіз – 1»
Лекційні заняття

1 ***Логічна символіка. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами***

Висловлення. Пропорційні зв'язки. Квантори. Канторовське визначення множин. Поняття включення множин. Поняття приналежності.

2 ***Аксіоматична теорія множин.***

Система аксіом NBG. Операції об'єднання, перетину, добутку, доповнення та зображення їх за допомогою діаграм Венна.

3 ***Індуктивні множини.***

Поняття індуктивної множини. Множина натуральних чисел. Принцип та метод математичної індукції.

4 ***Поняття про відношення.***

Поняття відношення та впорядкованності. Типи відношень. Відношення еквівалентності. Відношення порядку. Обмежені підмножини.

5 ***Відображення та функції.***

Функціональне відношення. Образ та прообраз. Типи відображень. Обернене відображення. Композиція відображень. Тотожне відображення.

6 ***Визначення основних числових множин***

Множини натуральних, цілих та раціональних чисел. Поповнення множини раціональних чисел методом десяткових дробів. Аксіоматика дійсних чисел. Поняття групи та поля. Геометрична модель дійсних чисел.

7 ***Властивості числових множин.***

Типи числових множин. Принцип верхньої та нижньої грані. Принцип Архімеда. Теорема Дедекінда.

8 ***Властивості числових множин.***

Принцип Коші-Кантора. Лема Гейне-Бореля. Принцип Больцано-Вейєрштрасса.

9 ***Потужність множин.***

Визначення потужності. Кардинальні числа. Теорема про три множини. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема Кантора. Теорема Дедекінда.

10 ***Базові відомості про комплексні числа.***

Визначення комплексного числа. Операції над комплексними числами. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису комплексних чисел. Властивості аргументу та модуля комплексного числа. Формула Муавра.

11 ***Границя послідовності та її властивості.***

Поняття послідовності. Поняття границі послідовності. Єдиність границі послідовності. Арифметичні властивості границі послідовності. Граничний перехід в нерівностях.

12 ***Границі обмежених послідовностей.***

Визначення обмеженої послідовності. Теорема про обмежену послідовність. Критерій Коші. Ознака Вейєрштрасса. Число e.

13 ***Часткові границі послідовності***

Поняття підпослідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Верхня та нижня границя послідовності, їх властивості. Нескінченно малі послідовності.

14 ***Поняття границі функції.***

Визначення границі функції за Коші, за Гейне та топологічне. Еквівалентність цих визначень.

15 ***Властивості границі функції.***

Єдиність границі функції. Арифметичні властивості границі, граничний перехід в нерівностях. Критерій Коші. Односторонні границі. Границя складної функції.

16 ***Нескінченно малі функції. Важливі границі.***

Нескінченно малі функції та їх властивості. Перша та друга важлива границі.

17 ***Поняття неперервної функції.***

Визначення функції неперервної в точці та на множині. Класифікація точок розриву. Обмеженість та збереження знаку неперервної функції. Арифметичні властивості неперервних функцій.

18 ***Властивості неперервних функцій***
Неперервність складної функції. Теорема Вейєрштрасса. Теорема Больцано-Коші. Рівномірна неперервність на множині. Теорема Кантора-Гейне

19 ***Монотонні функції.***
Поняття монотонної функції. Розриви монотонної функції. Критерій неперервності монотонної функції. Обернена функція. Неперервність елементарних функцій. Наслідки з важливих границь.

20 ***Поняття похідної та диференціала.***
Визначення похідної, диференційованої функції та диференціала. Необхідна та достатня умова диференційованості. Геометричний зміст похідної та диференціала. Арифметичні властивості операцій диференціювання.

21 ***Похідні функцій, заданих різними способами.***
Похідна оберненої функції Похідна складної функції. Похідна функції, яка задана параметрично.

22 ***Похідні та диференціали вищих порядків.***
Визначення похідної та диференціала вищих порядків. Правила їх знаходження для різних способів задання функції. Інваріантність форми першого диференціалу.

23 ***Властивості диференційованих функцій.***
Поняття локального мінімума та локального максимума. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші.

24 ***Формула Тейлора***
Поняття многочлена Тейлора. Теорема Тейлора. Форми запису залишку ряду Тейлора.

25 ***Ряд Маклорена. Правило Лопіталя***
Розвинення основних елементарних функцій в ряд Маклорена. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей.

26 ***Локальний екстремум.***
Правило Лопіталя розкриття невизначеностей. Умови монотонності функції. Необхідна та достатня умови локального екстремуму.

27 ***Опуклість. Точки перегину.***
Поняття опуклості. Критерій опуклості. Точки перегину. Необхідна та достатня умови точок перегину.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення студентами на практиці знань, отриманих ними під час лекцій та самостійної роботи.

Треба відпрацювати такі теми:

1. ***Основні класи функцій та їх графіки.***
   Класи елементарних функцій. Графіки функцій кожного класу. Гіперболічні та обернені гіперболічні функції.

2. ***Побудова графіків методами перетворень.***
   Основні типи перетворення графіків. Алгоритм побудови графіка функції методом перетворень.

3. ***Побудова графіків за допомогою дослідження.***
   Схема дослідження функції. Побудова ескізу графіка функції на основі результатів дослідження.

4. ***Принцип математичної індукції.***
   Використання індукції для доведення тотожностей та нерівностей.

5. ***Біном Ньютона.***
   Поняття бінома Ньютона та біноміальних коефіцієнтів. Доведення справедливості формули бінома Ньютона за допомогою математичної індукції.

6. ***Потужність числових множин.***
   Поняття потужності множини. Дослідження числових множин на потужність.

7. ***Супремум та інфімум числових множин.***
   Поняття супремуму та інфімуму числових множин. Мінімальний та максимальний елементи.

8. ***Комплексні числа.***
   Поняття комплексного числа. Операції над комплексними числами. Формула Муавра.

9. ***Границя послідовності.***
   Означення границі послідовності. Обчислення границі послідовності за означенням. Методи знаходження границь послідовностей.

10. ***Границя послідовності.***
    Методи знаходження нестандартних границь.

11. ***Границя функції.***
    Означення границі функції за Коші та Гейне. Доведення існування та відсутності границі в точці.

12. ***Границя функції.***
Методи вирішення основних невизначеностей.

13. ***Границя функції.***
Перша та друга важливі границі.

14. ***Границя функції.***
Односторонні границі. Критерій існування границі.

15. ***Неперервні функції***
Неперервність та рівномірна неперервність. Точки розриву.

16. ***Колоквіум***

17. ***Похідна функції.***
Означення похідної. Знаходження похідних за означенням. Основні правила обчислення похідних.

18. ***Похідні вищих порядків.***
Обчислення похідних вищих порядків. Формула Лейбніца.

19 ***Формула Тейлора.***
Розклад функцій в ряд Тейлора. Застосування розкладу в ряд Маклорена елементарних функцій.

20 ***Формула Тейлора.***
Наближені обчислення за допомогою формули Тейлора.

21 ***Формула Тейлора.***
Знаходження границь за допомогою формули Тейлора та правила Лопіталя.

22 ***Дослідження поведінки функцій за допомогою похідних.***
Монотонність функції. Опуклість функції. Точки екстремуму та перегину.

23 ***Побудова графіків.***
Побудова графіків явно заданих функцій.

24 ***Побудова графіків.***
Побудова графіків в полярній системі координат.

25 ***Побудова графіків.***
Побудова графіків параметрично заданих функцій.

26 ***Побудова графіків.***
Побудова графіків неявно заданих функцій.

На початку кожного практичного заняття перевіряється і аналізується домашнє завдання.

Кредитний модуль «Математичний аналіз – 2»

Лекційні заняття

1 ***Поняття первісної. Базові прийоми інтегрування.***

Визначення первісної. Поняття невизначеного інтегралу. Таблиця первісних. Арифметичні властивості первісних. Заміна змінної в невизначеному інтегралу. Інтегрування частинами.

2 ***Методи інтегрування раціональних функцій.***

Розклад правильної раціональної функції. Інтегрування елементарних раціональних функцій. Інтегрування довільної раціональної функції.

3 ***Методи інтегрування тригонометричних функцій.***

Універсальна тригонометрична підстановка. Частинні випадки її використання. Інші методи інтегрування тригонометричних функцій.

4 ***Методи інтегрування ірраціональних функцій-1.***

Інтегрування дробово-лінійної ірраціональності. Інтегрування квадратичної ірраціональності. Підстановки Ейлера.

5 ***Методи інтегрування ірраціональних функцій-2.***

Тригонометричні підстановки. Диференціальний біном. Підстановки Чебишева.

6 ***Інтеграл та інтегральні суми.***

Інтегральні суми Рімана. Інтеграл Рімана. Інтегральні суми Дарбу та їх властивості. Необхідна та достатня умова інтегрованості. Інтегрованість неперервної та монотонної функції. Теорема Лебега.

7 ***Основні властивості інтеграла Рімана.***

Лінійність інтеграла. Інтегрування добутку. Адитивність інтеграла. Інтегрування нерівностей та оцінка модуля інтеграла. Теорема про середнє значення.

8 ***Інтеграл як функція верхньої межі.***

Поняття інтегралу із змінною верхнею межею. Його основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Гладка та Кусково-гладка функція. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца. Заміна інтегрованої функції. Інтегрування частинами та заміна змінних в інтегралі Рімана.

9 ***Обчислення довжини кривої***

Поняття простої та параметричної кривої. Розбиття кривої. Спрямлювана крива. Довжина кривої. Коректність визначення довжини кривої. Знаходження довжини дуги кривої.

10 ***Знаходження площі плоскої фігури.***

Внутрішня, зовнішня, межева точки множини. Плоска фігура. Багатокутник. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.

11 ***Жорданові фігури. Властивості міри Жордана***

Міра Жордана фігури. Критерій жордановості фігури. Жордановість плоскої фігури. Площа плоскої фігури. Площа простої кривої. Адитивність міри за Жорданом. Площа об'єднання, перетину та різниці.

12 ***Поняття про невласні інтеграли.***

Визначення невласних інтегралів першого та другого роду. Поняття збіжності невласних інтегралів. Властивості невласних інтегралів.

13 ***Дослідження невласних інтегралів на збіжність.***

Критерій Коші збіжності невласного інтеграла. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Ознака порівняння. Ознака Абеля-Діріхле.

14 ***Простір $\Re^n$.***

Евклідів та нормований простір. Метрика та метричний простір. Відкриті та замкнені множини, їх властивості. Критерій замкненості множини. Поняття неперервної кривої.

15 ***Границя та неперервність функції багатьох змінних.***

Границя послідовності точок n-вимірного простору. Покоординатна збіжність. Критерій Коші збіжності. Границя функції багатьох змінних. Арифметичні властивості границь. Повторні границі. Рівність повторних границь. Неперервність функції багатьох змінних в точці та на множині.

16 ***Похідна та диференціал функції багатьох змінних.***

Частинна похідна функції багатьох змінних в точці. Диференційована функція. Зв'язок диференційованості та існування частинних похідних. Достатні умови диференційованості. Диференціал функції багатьох змінних. Арифметичні властивості диференційованих функцій. Диференціювання композиції відображень. Інваріантність першого диференціала.

17 ***Похідні та диференціали вищих порядків.***

Частинні похідні вищих порядків. Незалежність частинних похідних вищих порядків від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків.

18 ***Формула Тейлора.***
Формула Тейлора. Поняття похідної за напрямком та градієнта функції багатьох змінних.

19 ***Поняття локального екстремуму та умови його існування.***
Визначення локального максимуму та локального мінімуму. Узагальнена теорема Ферма. Поняття стаціонарної точки. Достатня умова строгого локального екстремуму.

20 ***Неявно задана функція багатьох змінних.***
Поняття неявно заданої функції багатьох змінних. Умови існування та диференційованості неявно заданої функції.

21 ***Умовний екстремум-1.***
Визначник Якобі. Поняття умовного екстремуму. Метод виключення частини змінних.

22 ***Умовний екстремум-2.***
Метод множників Лагранжа. Достатні умови існування умовного екстремуму

23 ***Базові поняття про числові ряди.***
Визначення ряду та часткової суми ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Необхідна умова збіжності ряду.

24 ***Збіжність рядів.***
Арифметичні властивості збіжних рядів. Збіжність залишку ряду. Критерій Коші збіжності числового ряду.

25 ***Ознаки збіжності знакосталих рядів.***
Критерій збіжності ряду з додатними елементами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.

26 ***Абсолютно збіжні знакозмінні ряди. Умовно збіжні знакозмінні ряди-1.***
Поняття абсолютної збіжності знакозмінного ряду. Поняття умовно збіжного знакозмінного ряду. Теорема Лейбніца. Теорема Коші про перестановку елементів абсолютно збіжного ряду.

27 ***Абсолютно збіжні знакозмінні ряди. Умовно збіжні знакозмінні ряди-2.***
Теорема Рімана про перестановку елементів умовно збіжного ряду. Тотожність та нерівність Абеля. Ознаки Абеля та Діріхле.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення студентами на практиці знань, отриманих ними під час лекцій та самостійної роботи.

Для цього треба відпрацювати такі теми:

1 ***Первісна функції. Елементарні прийоми інтегрування.***

Поняття первісної. Базова таблиця інтегралів. Інтегрування внесенням під знак диференціалу та частинами.

2 ***Інтегрування раціональних функцій.***

Інтегрування елементарних раціональних функцій. Метод елементарних відношень. Метод невизначених коефіцієнтів.

3 ***Інтегрування тригонометричних функцій.***

Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування тригонометричних функцій шляхом перетворень підінтегральної функції

4 ***Інтегрування ірраціональних функцій.***

Інтегровані типи ірраціональностей. Підстановки Ейлера

5 ***Інтегрування диференціальних біномів та різних функцій.***

Підстановки Чєбишева. Еліптичні інтеграли

6 ***Визначений інтеграл-1.***

Побудова інтеграла Рімана. Основні властивості

7 ***Визначений інтеграл-2.***

Особливості обчислення визначених інтегралів. Базові прийоми інтегрування

8 ***Обчислення площі плоскої фігури.***

Обчислення площі фігури із явно заданою межею. Обчислення площі фігури із параметрично заданою межею. Обчислення площі фігури із межею, заданою в полярній системі координат

9 ***Знаходження довжини кривої.***

Обчислення довжини кривої, заданої явним та параметричним чином. Обчислення довжини кривої, заданої в полярній системі координат

10 ***Знаходження площі поверхні тіла обертання.***

Обчислення площ поверхонь та об'ємів тіл обертання

11 ***Знаходження об'єму тіла обертання.***

Обчислення площ поверхонь та об'ємів тіл обертання

12 ***Невласні інтеграли 1 роду.***

Означення невласного інтегралу 1 роду. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність. Інтеграл у розумінні головного значення

13 ***Невласні інтеграли 2 роду.***

Означення невласного інтегралу 2 роду. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність. Інтеграл у розумінні головного значення

14 ***Границя функції багатьох змінних.***
Методи знаходження гранці функції багатьох змінних. Повторні границі.

15 ***Неперервність функції багатьох змінних.***
Дослідження на неперервність за сукупністю змінних та по кожній окремо

16 ***Похідна функції багатьох змінних***
Частинні похідні першого порядків. Повний диференціал.

17 ***Похідні вищих порядків та диференціювання складної функції.***
Обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Обчислення похідних та диференціалів складних функцій.

18 ***Колоквіум***

19 ***Формула Тейлора функції багатьох змінних.***

20 ***Локальний екстремум функції багатьох змінних-1.***

21 ***Умовний екстремум функції багатьох змінних-2.***
Метод Лагранжа. Метод виключення змінних

22 ***Диференціювання функцій, які задані неявно, та знаходження їх екстремумів.***

23 ***Числові ряди.***
Числовий ряд. Дослідження на збіжність за означенням

24 ***Дослідження знакосталих рядів на збіжність-1.***

25 ***Дослідження знакосталих рядів на збіжність-2.***

26 ***Дослідження знакозмінних рядів на збіжність-1.***

27 ***Дослідження знакозмінних рядів на збіжність-2.***

На початку кожного практичного заняття перевіряється і аналізується домашнє завдання.

Кредитний модуль «Математичний аналіз – 3»

Лекційні заняття

1 ***Власні інтеграли, що залежать від параметру.***
Поняття власного інтегралу, який залежить від параметру. Властивості неперервності, диференційованості та інтегрованості власного інтегралу, який залежить від параметру

2 ***Невласні інтеграли, що залежать від параметру. Інтеграли Ейлера.***

Поняття невласного інтегралу, який залежить від параметру. Рівномірна збіжність невласного інтегралу, який залежить від параметру. Властивості неперервності, диференційованості та інтегрованості невласного інтегралу, який залежить від параметру. Гама та бета функції Ейлера.

3 ***Поняття кратного інтегралу та інтегралу по множині.***

Поняття проміжку та його міри. Інтегральна сума Рімана. Визначення кратного інтеграла Рімана на проміжку. Інтегрованість за Ріманом на проміжку. Множина міри нуль та її властивості. Критерій Лебега інтегрованості функції. Інтеграл по довільній множині. Коректність його визначення.

4 ***Властивості кратного інтегралу.***

Лінійність, адитивність, монотонність, оцінка модуля кратного інтегралу. Теорема про середнє.

5 ***Методи обчислення кратного інтегралу.***

Теорема про нульову функцію. Теорема Фубіні про зведення кратного інтегралу до повторних. Міра Жордана обмеженої множини.

6 ***Заміна змінних у кратному інтегралі.***

Поняття носія функції. Теорема про заміну змінних у кратному інтегралі. Полярна, циліндрична та сферична системи координат.

7 ***Основні поняття теорії інтегралу Лебега.***

Поняття кільця, алгебри та міри. Заряд та щільність заряду. Інтеграл Лебега по множині. Теореми Радона-Нікодіма перша та друга. Теорема про інтегрування композиції. Теорема про густину міри.

8 ***Криволінійний інтеграл першого роду.***

Визначення криволінійного інтеграла першого роду через інтеграл Лебега. Теорема про обчислення криволінійного інтегралу першого роду. Властивості.

9 ***Криволінійний інтеграл другого роду***

Визначення криволінійного інтегралу другого роду. Поняття циркуляції векторного поля. Теорема про незалежність криволінійного інтегралу другого роду від шляху. Поняття ротора векторного поля та потенціального векторного поля. Однозв'язна область. Необхідна та достатня умова незалежності криволінійного інтегралу другого роду від шляху.

10 ***Формула Гріна.***

Контур. Додатній та від'ємний напрямки обходу. Елементарна функція та елементарна область. Формула Гріна. Друга формула Гріна.

11 ***Основні поняття теорії поверхонь.***

Гладка поверхня. Способи задання поверхні у просторі. Неособлива та особлива точка поверхні. Дотична площина до поверхні. Вектор нормалі до поверхні.

12 ***Поверхневий інтеграл першого роду.***

Визначення поверхневого інтегралу першого роду. Обчислення поверхневого інтегралу першого роду.

13 ***Поверхневий інтеграл другого роду.***

Поняття двосторонньої та односторонньої поверхні. Визначення поверхневого інтегралу другого роду. Способи обчислення поверхневого інтегралу другого роду. Потік векторного поля через орієнтовану поверхню.

14 ***. Елементи теорії векторного поля.***

Поняття елементарного тіла. Формула Гауса-Остроградського.

15 ***. Елементи теорії векторного поля.***

Формула Стокса. Поняття градієнта, дивергенції та ротору.

16 ***Основні поняття теорії рядів Фур'є.***

Простір L_2. Його властивості. Тригонометрична система. Тригонометричний ряд Фур'є.

17 ***Основні поняття теорії рядів Фур'є.***

Збіжність ряду Фур'є. Теорема Рімана-Лебега. Умова Діні. Суми Фейєра.

18 ***Інтеграл Фур'є.***

Визначення інтегралу Фур'є. Перетворення Фур'є. Властивості перетворення Фур'є.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: закріплення студентами на практиці знань, отриманих ними під час лекцій та самостійної роботи.

Для цього треба відпрацювати такі теми:

1. *Власні інтеграли, які залежать від параметру.*
2. *Невласні інтеграли, які залежать від параметру.*
3. *Невласні інтеграли, які залежать від параметру.*
4. *Інтеграли Ейлера*
5. *Подвійні інтеграли.*
6. *Заміна змінних у подвійному інтегралі.*
7. *Потрійні інтеграли.*
8. *Заміна змінних у потрійному інтегралі.*
9. *Криволінійні інтеграли 1 роду.*
10. *Криволінійні інтеграли 2 роду.*
11. *Колоквіум*

12 *Поверхневі інтеграли 1 роду.*

13 *Поверхневі інтеграли 2 роду.*

14 *Формули Гауса-Остроградського та Стокса.*

15 *Елементи векторного аналізу*

16 *Розвинення функцій в ряд Фур'є.*

17 *Розвинення функцій в ряд Фур'є на довільному відрізку*

18 *Інтеграл Фур'є та перетворення Фур'є. Інтегральна формула Фур'є.*

На початку кожного практичного заняття перевіряється і аналізується домашнє завдання.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться:

- *підготовка до аудиторних занять – систематично до 2 годин на заняття з урахуванням повторення лекційного матеріалу;*
- *підготовка до контрольної роботи – до 4 годин самостійної роботи;*
- *підготовка до екзамену – до 10 годин самостійної роботи;*
- *самостійно ознайомитися з темами: метод повної математичної індукції, методи поповнення множини раціональних чисел, потужності основних числових множин, властивості нескінченно малих послідовностей – до 10 годин СРС (кредитний модуль 1);*
- *самостійно ознайомитися з темами: еліптичні та гіпереліптичні інтеграли, інтеграл Стільтьєса, нестандартні метрики у багатовимірних простірах, ознаки Раабе та Гауса збіжності числових рядів – до 10 годин СРС (кредитний модуль 2);*
- *самостійно ознайомитися з темами: комплексна форма ряду Фур'є та інтегралу Фур'є, фізичний зміст градієнту, ротору та дивергенції – до 10 годин СРС (кредитний модуль 3) .*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- *систематичне відвідування занять (як лекцій, так і, особливо, практичних);*
- *за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати до 0,4 балів.;*
- *заохочувальні бали нараховуються за відповіді на запитання лектора до загальної аудиторії, за знаходження помилок та описок у лекціях, за задавання питань, які свідчать про вдумливу роботу студента із навчальним матеріалом;*
- *у випадку недостатньої кількості балів, що набрані за семестр, для допуску до екзамену, дається декілька завдань, для досягнення допуску;*
- *за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали, за списування на екзамені студент усувається із аудиторії.*

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, колоквіум, МКР, розрахункова робота.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: екзамен

Умови допуску до семестрового контролю: виконання розрахункової роботи / семестровий рейтинг не менше ніж 25 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	*Оцінка*
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- *додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на семестровий контроль;*
- *екзамен проходить у письмовій формі по індивідуальних білетах; завдання в білетах різні, не повторюються, розраховані на час проведення екзамену й загалом однакові по складності;*
- *кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі;*
- *кожне теоретичне питання та практичне заняття оцінюється у 10 балів;*
- *для встановлення степені знання студентом матеріалу після перевірки письмової відповіді додатково задаються додаткові запитання, які оцінюються у сукупності у 10 балів;*
- *за умови дистанційного семестрового контролю екзаменаційний білет буде складатися з одного теоретичного запитання та двох практичних завдань, що оцінюються по 10 балів кожне (у режимі письмової контрольної); додаткові запитання оцінюються у 20 балів та задаються кожному студенту особисто в режимі відеоконференції.*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Мальчиков Володимир Вікторович

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 13 від 16 червня 2022 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 9 від 24 червня 2022 р.)