



МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>165 год. / 5,5 кредитів, лекції 36 год., практичні 36 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i>https://schedule.kpi.ua/lecturers?lecturerId=6c1f874e-0cdf-470b-bdb9-6b6e72d2c547</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук Вовк Лілія Борисівна e-mail: Lilyvovk@gmail.com , Telegram: @lilyvovk Практичні: канд. фіз.-мат. наук Вовк Лілія Борисівна, Любашенко Наталія Дмитрівна e-mail: ndp1992@bigmir.net
Розміщення курсу	https://km-2-course-2sem-2022.slack.com/archives/C031EANBPJ4 https://km-2-course-2sem-2022.slack.com/archives/C030QK414H1 https://km-2-course-2sem-2022.slack.com/archives/C031EAWTQQY https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&sd=10169&cm=24563&rcms=198825&ssm=cm&tree_list=

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є засвоєння студентами основних принципів, ідей та методів математичної статистики, необхідних для подальшого вивчення загально-теоретичних та практично орієнтованих дисциплін та формування практичних навичок їх застосування в обраній предметній галузі; розвиток логічного та математичного мислення.

Предметом навчальної дисципліни є експериментальні дані, отримані в результаті спостережень над випадковими явищами.

Програмними результатами навчання передбачається отримання наступних компетенцій та результатів навчання (у застосуванні до предметної галузі математичної статистики):

- *Здатність генерувати нові ідеї (креативність).*
- *Здатність бути критичним і самокритичним.*
- *Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.*
- *Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.*
- *Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.*
- *Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.*
- *Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.*
- *Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.*
- *Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.*
- *Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.*
- *Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.*

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Необхідно опанування університетських курсів математичного аналізу, дискретної математики, алгебри та геометрії, теорії ймовірності. Вивчення дисципліни є передумовою вивчення математичної статистики, основ машинного навчання, алгоритмів і систем комп'ютерної математики.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Вибірковий метод

Тема 1.1. Предмет вивчення і задачі математичної статистики

Тема 1.2. Види вибірки, способи вибору. Варіаційний і статистичний ряди. Графічне зображення статистичних даних.

Тема 1.3. Числові характеристики вибірки.

Тема 1.4. Статистичні оцінки. Незміщені, консистентні, ефективні оцінки.

Тема 1.5. Методи одержання точкових оцінок.

Тема 1.6. Інтервальні оцінки. Довірчі інтервали

Розділ 2. Перевірка статистичних гіпотез

Тема 2.1. Поняття статистичної гіпотези. Статистичні критерії. Рівень та потужність критерію

Тема 2.3. Критерії узгодженості: Колмогорова, Пірсона χ^2

Тема 2.4. Критерії однорідності. Ранговий критерій однорідності Вілкоксона

Розділ 3. Статистичний аналіз залежностей

Тема 3.1. Дисперсійний аналіз

Тема 3.2. Поняття кореляційного і регресійного аналізу. Модель лінійної регресії. Метод найменших квадратів

Тема 3.3. Множинний кореляційний аналіз. Критерії перевірки значущості коефіцієнту кореляції

Тема 3.4. Рангова кореляція за Спірменом та Кендаллом. Конкордація рангів за Кендаллом

Тема 3.5. Регресійний аналіз. Нелінійна регресія. Множинний регресійний аналіз.

Тема 3.6. Інші методи багатомірного статистичного аналізу

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Медведєв М.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник / М.Г. Медведєв, І.О. Пащенко. – Київ: Видавництво Ліра-К, 2021. – 536 с.
2. Мармоза А.Т. Практикум з математичної статистики : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / А.Т. Мармоза. Київ : Кондор, 2021. 257 с. 2 прим.
3. Копич І. М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / І. М. Копич, В. М. Сороківський, О. В. Кіселевич, О. С. Пенцак. – Львів: Новий Світ-2000, 2020. – 381 с.
4. В. М. Турчин. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: [підручник] / Турчин В. М. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2006. – 476 с.

Допоміжна література

5. Слюсарчук П. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: [підручник] / П. В. Слюсарчук. – Ужгород: Карпати, 2005. – 187 с.
6. Пушак Я. С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики: навчальний посібник / Я. С. Пушак, Б. Л. Лозовий. – Львів: Видавництво "Магнолія -2006", 2021. – 275 с.

7. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 422 с.

8. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей: [Підручник] / Б. В. Гнеденко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.

9. Майборода Р.Є. Комп'ютерна статистика : підручник / Р.Є. Майборода ; Міністерство освіти і науки України, Київський національний університет імені Тараса Шевченка. Київ : ВПЦ "Київський університет", 2019. 589 с. 1

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Лекції

Лекція 1. Предмет вивчення і задачі математичної статистики

Види вибірки, способи вибору. Варіаційний і статистичний ряди

- *реалізації, вибіркового розподілу*
- *варіаційний ряд*
- *статистичний ряд*

Графічне зображення статистичних даних. Емпірична функція розподілу

- *формула Стерджеса*
- *полігон, гістограма*
- *емпірична функція розподілу*

Лекція 2. Числові характеристики вибірки

- *вибіркове середнє та дисперсія*
- *вибіркові моменти та функції моментів*

Лекція 3. Поняття статистичної оцінки. Властивості оцінок

- *незміщеність*
- *консистентність*
- *ефективність*

Нерівність Крамера-Рао

Лекція 4. Методи одержання точкових оцінок

- *метод моментів*
- *метод максимальної вірогідності*
- *інші методи*

Лекція 5. Інтервальні оцінки. Довірчі інтервали

- *побудова довірчих інтервалів*
- *довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу*
- *довірчий інтервал для ймовірності біноміального розподілу*

Лекція 6. Поняття статистичної гіпотези. Статистичні критерії. Рівень та потужність критерію

- *статистичні гіпотези*
- *статистичні критерії*
- *рівень та потужність критерію*
- *помилки I та II роду*

Лекція 7. Перевірка гіпотез про рівність числових характеристик генеральних сукупностей

- *порівняння двох дисперсій*
- *порівняння дисперсії з гіпотетичною*
- *порівняння двох середніх*

Лекція 8. Перевірка гіпотез про числові значення параметрів

- *порівняння середнього з гіпотетичним*
- *гіпотези про параметр біноміального розподілу*

Лекція 9. Критерії згоди: Колмогорова, Пірсона χ^2

- критерій Колмогорова
- критерій χ^2
- інші критерії

Лекція 10. Перевірка гіпотез про вигляд розподілу

- нормальний розподіл
- експоненційний розподіл
- біноміальний розподіл
- рівномірний розподіл
- розподіл Пуассона

Лекція 11. Критерії однорідності:

- критерій Смірнова
- Пірсона χ^2
- рангові критерії. Критерій однорідності Вілкоксона

Лекція 12. Однофакторний дисперсійний аналіз

- однофакторна дисперсійна модель
- побудова критерію
- різна кількість спостережень на рівнях

Лекція 13. Багатофакторний дисперсійний аналіз

- двофакторна дисперсійна модель
- багатофакторна дисперсійна модель
- побудова критерію

Лекція 14. Поняття кореляційного і регресійного аналізу. Модель лінійної регресії

- види залежності між змінними
- лінійна парна регресія
- метод найменших квадратів
- коефіцієнт кореляції та його властивості
- перевірка значущості коефіцієнту кореляції
- кореляційні відношення та їх властивості

Лекція 15. Множинний кореляційний аналіз

- багатомірна модель регресії
- множинний коефіцієнт кореляції
- частковий коефіцієнт кореляції

Лекція 16. Рангова кореляція.

- кореляція за Спірменом
- кореляція за Кендаллом
- конкордація рангів за Кендаллом
- перевірка значущості коефіцієнтів кореляції та конкордації

Лекція 17. Парний регресійний аналіз

- основні передумови парного регресійного аналізу
- інтервальна оцінка функції регресії
- перевірка значущості рівняння регресії
- нелінійна регресія

Лекція 18. Множинний регресійний аналіз

- передумови множинного регресійного аналізу
- векторно-матричний запис
- оцінювання коваріаційної матриці

Мультиколінеарність

Інші методи багатомірного статистичного аналізу

5.2. Практичні заняття

1. Графічна обробка результатів експерименту

- полігон
- гістограма
- емпірична функція розподілу
- формула Стерджеса

2. Числові характеристики вибірки

- середнє і дисперсія вибірки
- мода та медіана
- метод умовних варіант

3. Статистичне оцінювання. Властивості оцінок. Методи отримання оцінок

- незміщені та консистентні оцінки
- асимптотично незміщені оцінки
- метод моментів
- метод максимальної правдоподібності

4. Інтервальне оцінювання – 1

- Довірчий інтервал для математичного сподівання нормального розподілу при відомій дисперсії
- Довірчий інтервал для математичного сподівання нормального розподілу при невідомій дисперсії
- Довірчий інтервал для дисперсії нормального розподілу

5. Інтервальне оцінювання – 2

- Довірчий інтервал для дисперсії нормального розподілу
- Довірчий інтервал для невідомої ймовірності біноміального розподілу

6. Перевірка статистичних гіпотез – 1

- Порівняння двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей
- Порівняння виправленої вибіркової дисперсії з гіпотетичною генеральною дисперсією нормальної сукупності
- Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей, дисперсії яких відомі (незалежні вибірки)
- Порівняння двох середніх довільно розподілених генеральних сукупностей (великі незалежні вибірки)

7. Перевірка статистичних гіпотез – 2

- Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей, дисперсії яких невідомі і однакові (малі незалежні вибірки)
- Порівняння вибіркової середньої з гіпотетичною генеральною середньою нормальної сукупності
- Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей з невідомими дисперсіями (залежні вибірки)
- Порівняння спостережуваної відносної частоти з гіпотетичною ймовірністю появи події
- Порівняння двох ймовірностей біноміальних розподілів

8. Модульна контрольна робота

9. Перевірка статистичних гіпотез – 3. Критерій згоди Пірсона

- Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності за критерієм Пірсона
- Перевірка гіпотези про експоненційний розподіл генеральної сукупності

10. Перевірка статистичних гіпотез – 4. Критерій згоди Пірсона

- Перевірка гіпотези про розподіл генеральної сукупності за біноміальним законом
- Перевірка гіпотези про рівномірний розподіл генеральної сукупності
- Перевірка гіпотези про розподіл генеральної сукупності за законом Пуассона

11. Перевірка статистичних гіпотез – 5. Критерії однорідності

- Перевірка гіпотези про однорідність двох вибірок за критерієм Колмогорова-Смірнова
- Перевірка гіпотези про однорідність двох вибірок за критерієм Вілкоксона

12. Дисперсійний аналіз

- Однакова кількість випробувань на різних рівнях
- Неоднакова кількість випробувань на різних рівнях

13. Кореляційний аналіз – 1

- прями регресії
- коефіцієнт кореляції
- довірчі інтервали для прямих регресії та коефіцієнту кореляції
- інтервальні оцінки для генеральних коефіцієнтів регресії

14. Кореляційний аналіз – 2

- багатовимірний кореляційний аналіз
- множинний коефіцієнт кореляції

15. Рангова кореляція

- коефіцієнт рангової кореляції Спірмена та перевірка його значущості
- коефіцієнт рангової кореляції Кендалла та перевірка його значущості
- коефіцієнт конкордації (узгодженості) рангів Кендалла та перевірка його значущості

16. Регресійний аналіз

- перевірка значущості рівняння регресії
- довірчий інтервал для функції регресії
- довірчий інтервал для умовного математичного сподівання
- перевірка значущості коефіцієнта регресії
- довірчі інтервали для коефіцієнта регресії та дисперсії збурення

17. Нелінійний регресійний аналіз. Багатомірний регресійний аналіз

- кореляційне рівняння зв'язку у вигляді гіперболи
- кореляційне рівняння зв'язку у вигляді параболи
- множинний регресійний аналіз

18. Повторення матеріалу. Підготовка до іспиту.

6. Самостійна робота студента

- | | | |
|---|--|-----|
| 1 | Предмет вивчення і задачі математичної статистики
<i>Опрацювання тем: Рішення задач за темою.</i> | 2 |
| 2 | Види вибірки, способи вибору. Варіаційний і статистичний ряди.
<i>Графічне зображення статистичних даних
Опрацювання тем: реалізації, вибірковий розподіл, варіаційний ряд, статистичний ряд. Формула Стерджеса, полігон, гістограма, емпірична функція розподілу. Підібрати по 2 приклади на кожний спосіб статистичного відбору. Рішення задач за темою.</i> | 3 |
| 3 | Числові характеристики вибірки
<i>Опрацювання тем: вибіркові середнє та дисперсія, вибіркові моменти та функції моментів. Числові характеристики вибірки як аналог відповідних характеристик випадкових величин – проаналізувати схожість та відмінності. Рішення задач за темою.</i> | 3,5 |
| 4 | Статистичні оцінки. Незміщені, консистентні, ефективні оцінки
<i>Опрацювання тем: незміщеність, консистентність, ефективність. Нерівність Крамера-Рао. Доведення для неперервного та дискретного випадків. Рішення задач за темою.</i> | 3 |
| 5 | Методи одержання точкових оцінок | 3 |

	<i>Опрацювання тем: метод моментів, метод максимальної вірогідності, інші методи. Переваги та недоліки методу найменших квадратів. Рішення задач за темою.</i>	
6	Інтервальні оцінки. Довірчі інтервали <i>Опрацювання тем: побудова довірчих інтервалів, довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу, довірчий інтервал для ймовірності біноміального розподілу. Ситуації, коли віддається перевага інтервальному оцінюванню. Рішення задач за темою.</i>	3,5
7	Поняття статистичної гіпотези. Статистичні критерії. Рівень та потужність критерію <i>Опрацювання тем: статистичні гіпотези, статистичні критерії, рівень та потужність критерію. Помилки I та II роду. Ситуації, коли бажано мінімізувати помилку I роду або помилку II роду. Рішення задач за темою.</i>	2,5
8	Перевірка гіпотез про параметри вибірки <i>Опрацювання тем: гіпотези про рівність числових характеристик генеральних сукупностей, гіпотези про числові значення параметрів. Виключення грубих похибок спостережень. Зв'язок між двосторонніми критичними областями та довірчими інтервалами. Рішення задач за темою.</i>	6,5
9	Підготовка до модульної контрольної роботи	10
10	Критерії згоди: Колмогорова, Пірсона χ^2 <i>Опрацювання тем: критерій Колмогорова, критерій χ^2, критерій квантилів, критерій порожніх ящиків. Доцільність перевірки вибірки на відповідність розподілу, відмінного від нормального. Рішення задач за темою.</i>	10,5
11	Рангові критерії. Критерій однорідності Вілкоксона <i>Опрацювання тем: критерій Смірнова, критерій Пірсона χ^2, рангові критерії. Критерій однорідності Вілкоксона. Критерій знаків та критерій серій. Рішення задач за темою.</i>	3,5
12	Дисперсійний аналіз <i>Опрацювання тем: однофакторна дисперсійна модель, однакова та різна кількість спостережень на рівнях. Дво- та багатофакторна дисперсійні моделі. Ситуації, які потребують використання однофакторного, дво- та багатофакторного дисперсійного аналізу. Рішення задач за темою.</i>	4,5
13	Поняття кореляційного і регресійного аналізу. Модель лінійної регресії. Метод найменших квадратів <i>Опрацювання тем: види залежності між змінними, лінійна парна регресія, метод найменших квадратів, коефіцієнт кореляції та його властивості, перевірка значущості коефіцієнту кореляції, кореляційні відношення та їх властивості. Явище нонсенс-кореляції – приклади, методи боротьби. Рішення задач за темою.</i>	5,5
14	Множинний кореляційний аналіз. Критерії перевірки значущості коефіцієнту кореляції <i>Опрацювання тем: багатомірна модель регресії, множинний коефіцієнт кореляції, частковий коефіцієнт кореляції, методи перевірки нормальності емпіричного розподілу. Рішення задач за темою.</i>	3,5

15	Рангова кореляція за Спірменом та Кендаллом	2,5
	<i>Опрацювання тем: коефіцієнти рангової кореляції за Спірменом та за Кендаллом та зв'язок між ними. Конкордація рангів за Кендаллом. Перевірка значущості коефіцієнтів кореляції та конкордації. Рішення задач за темою.</i>	
16	Регресійний аналіз. Нелінійна регресія. Множинний регресійний аналіз	3,5
	<i>Опрацювання тем: основні передумови парного регресійного аналізу, інтервальна оцінка функції регресії, перевірка значущості рівняння регресії, нелінійна регресія. Приклади ситуацій, коли перевага віддається нелінійним регресійним моделям. Передумови множинного регресійного аналізу, векторно-матричний запис, оцінювання коваріаційної матриці. Мультиколінеарність. Рішення задач за темою.</i>	
17	Інші методи багатомірного статистичного аналізу	1,5
	<i>Опрацювання тем: поняття про дискримінантний аналіз, кластерний аналіз, факторний аналіз, компонентний аналіз. Приклади застосування інших методів багатомірного статистичного аналізу.</i>	
18.	Підготовка до іспиту	21

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

- *Відвідування лекцій та практичних занять є обов'язковим.*
- *На лекційних заняттях студенти повинні слухати уважно, конспектувати лекції, не створювати шуму. Дозволяється задавати питання для з'ясування незрозумілих моментів та відповідати на запитання викладача. Мобільні телефони, планшети, смарт-годинники та інші гаджети мають бути вимкнені або встановлені на беззвучний режим, користуватися ними не дозволяється.*
- *На практичних заняттях студенти повинні активно працювати, вирішувати запропоновані викладачем завдання у власних зошитах чи біля дошки (якщо заняття відбуваються в очному режимі). Дозволяється задавати питання для з'ясування незрозумілих моментів та відповідати на запитання викладача. Мобільні телефони, планшети, смарт-годинники та інші гаджети можуть використовуватися з дозволу викладача для виконання обчислень та пошуку інформації у беззвучному режимі.*
- *Дозволяється користуватися довідковим матеріалом у вигляді таблиць розподілів (роздрукованих чи у вигляді файлів на електронних носіях).*
- *Для додаткового опрацювання окремих тем задаються домашні контрольні роботи. Термін виконання кожної роботи – один тиждень. Роботи, виконані пізніше зазначеного терміну, оцінюються меншою кількістю балів. Роботи здаються у паперовому вигляді на наступному практичному занятті, якщо заняття відбуваються в очному режимі, або надсилаються викладачеві в електронній формі, якщо заняття відбуваються в дистанційному режимі.*
- *Модульна контрольна робота виконується під час відповідних практичних занять протягом фіксованого часу і здається у паперовому вигляді, якщо заняття відбуваються в очному режимі, або надсилається викладачеві в електронній формі, якщо заняття відбуваються в дистанційному режимі. Під час виконання роботи дозволяється користуватися електронними засобами для виконання обчислень (але не для пошуку інформації) та довідковим матеріалом у вигляді таблиць розподілів (роздрукованих чи у вигляді файлів на електронних носіях).*
- *Можливо виконання додаткових робіт у вигляді рефератів для поглибленого вивчення окремих розділів предметної області. Реферат є доповіддю на певну тему, що включає огляд відповідних наукових та інших джерел. Реферат виконується у вигляді файлу в текстовому форматі за встановленим шаблоном та конвертується в pdf. Об'єм тексту – 7-12 тис. знаків. Можлива усна доповідь за темою реферату. Реферат оцінюється заохочувальними балами.*
- *Під час вивчення дисципліни студенти повинні дотримуватися правил академічної доброчесності, що передбачає зокрема неприпустимість плагіату, списування та інших способів видавання чужого доробку за свій. За недотримання цих правил передбачається покарання, що включає в себе вилучення порушника/порушників з відповідного контрольного заходу та виставлення за нього оцінки «0».*

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з:

- 1) балів за роботу на практичних заняттях,
- 2) балів за домашні контрольні роботи (ДКР),
- 3) балів за модульну контрольну роботу (МКР),
- 4) балів за виконання додаткових завдань,
- 5) балів за відповідь на екзамені.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Робота на практичних заняттях

Бали нараховуються за активну роботу на практичних заняттях: не більше **10 балів** протягом усього семестру.

2. Модульний контроль

Проводиться одна модульна контрольна робота. Робота містить теоретичні запитання у вигляді закритого тесту та задачі. Вага кожного питання тесту – 1 бал, кожної задачі – від 1 до 3 балів. Ваговий коефіцієнт контрольної роботи – 10 балів.

Критерії оцінювання закритого тесту роботи: правильна відповідь на кожне тестове запитання оцінюється в 1 бал.

Критерії оцінювання кожної задачі роботи:

максимальна кількість балів – задача вирішена вірно;

0,75 x на максимальну кількість балів за задачу – рішення практично вірне, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частка завдання (2/3 ... 3/4);

0,5 x на максимальну кількість балів за задачу – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

0,25 x на максимальну кількість балів за задачу – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частка завдання (1/4 ... 1/3);

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

3. Домашні контрольні роботи (ДКР)

Проводяться 8 (вісім) домашніх контрольних робіт. Кожна робота містить 1 задачу вагою 3–4 бали в залежності від складності. Сумарна вага всіх робіт – 30 балів.

Теми робіт: 1) первинна обробка вибірки; 2) числові характеристики вибірки; 3) довірчі інтервали; 4) перевірка гіпотез про параметри розподілів; 5) критерій згоди Пірсона; 6) дисперсійний аналіз; 7) кореляційний та регресійний аналіз; 8) рангова кореляція.

Термін виконання кожної роботи – 1 тиждень.

Критерії оцінювання роботи:

максимальна кількість балів – задача вирішена вірно;

0,75 x на максимальну кількість балів за задачу – рішення практично вірне, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

0,5 x на максимальну кількість балів за задачу – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

0,25 x на максимальну кількість балів за задачу – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

0 балів – немає рішення або рішення невірне;

за кожний тиждень запізнення без поважної причини максимальна кількість балів зменшується на 0,5 балу.

4. Бали за виконання додаткових завдань

Студенти за бажанням можуть отримати додаткове завдання (реферат) з метою підвищення рейтингу. Тема обирається студентом самостійно та узгоджується з викладачем. Вимога – тема повинна відповідати предмету математичної статистики, але не викладатися в курсі. Вага завдання 3-5 балів в залежності від складності.

5. Календарний контроль

Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю. На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менше 13 балів, на другій атестації (14-й тиждень) – не менше 22 балів.

6. Бали за відповідь на екзамені

Екзаменаційний білет складається з 1 теоретичного питання у вигляді закритого тесту вагою 20 балів та 2-3 практичних завдань по 10 або 20 балів кожне загальною вагою 30 балів. Рішення одного практичного завдання оцінюється 20 балами або 10 балами в залежності від складності.

Критерії оцінювання закритого тесту екзаменаційної роботи: правильна відповідь на кожне тестове запитання оцінюється в 1 бал.

Критерії оцінювання практичного завдання екзаменаційної роботи вагою 20 балів:

20 балів – відповідь вірна, повна, розрахунки виконані у повному обсязі;

15-19 балів – відповідь практично вірна, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

10-14 балів – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

5-9 балів – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

1-4 бали – вказано вірний метод рішення, наведені формули, але задача не вирішена;

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

Критерії оцінювання практичного завдання екзаменаційної роботи вагою 10 балів:

10 балів – відповідь вірна, розрахунки виконані у повному обсязі;

7-9 балів – відповідь практично вірна, можливі незначні недоліки або арифметичні помилки, або вирішена частина завдання (2/3 ... 3/4);

5-6 балів – відповідь вірна не повністю, має недоліки, або вирішена половина завдання;

3-4 бали – у відповіді є істотні помилки, або вирішена частина завдання (1/4 ... 1/3);

1-2 бали – вказано вірний метод рішення, наведені формули, але задача не вирішена;

0 балів – немає рішення або рішення невірне.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

20 балів × 1 теоретичне питання + 20 балів × 1 практичне запитання + 10 балів × 1 практичне запитання = **50 балів**

або

20 балів × 1 теоретичне запитання + 10 балів × 3 практичні запитання = **50 балів.**

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 10 + 10 + 30 = 50 \text{ балів.}$$

Із цієї суми за семестр студент може набрати певну кількість балів r_C .

Екзаменаційна складова (R_E) шкали дорівнює 50 балам, тобто складає 50% від R .

За відповідь на екзамені студент може набрати певну кількість балів r_E .

Рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Необхідною умовою допуску до екзамену є виконання двох модульних контрольних робіт та набрані $r_C = 25$ балів.

Якщо навчання та екзамен відбуваються у дистанційному режимі, студенти, які допущені до екзамену та виконали всі домашні роботи на позитивні оцінки, отримують свою попередню оцінку з дисципліни (R_D).

Вона розраховується таким чином:

$$R_D = 60 + \frac{40 \cdot (r_C - 25)}{R_C - 25} = 60 + \frac{40 \cdot (r_C - 25)}{25} = 20 + 1,6 \cdot r_C,$$

де R_D – попередня оцінка з дисципліни за 100-бальною шкалою,
 r_C – сума балів, набраних студентом за семестр (семестровий рейтинг),
25 – допусковий бал до екзамену,

і повідомляється студентам на консультації перед екзаменом.

- Якщо студент отримав попередню оцінку та погоджується з нею, вона стає остаточною та виставляється в екзаменаційну відомість;
 - Якщо студент отримав попередню оцінку та не згоден з нею, він здає екзамен за наведеними раніше правилами, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;
 - Якщо студент виконав умови допуску до іспиту, але не виконав умову отримання попередньої оцінки, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;
 - Якщо студент не виконав умови допуску до іспиту, він отримує додаткову можливість виконати ці умови (написати МКР та, за потреби, якщо набраних балів все одно недостатньо, додаткову контрольну роботу). Якщо після цього умови допуску виконані, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$.
- Якщо (частина) навчання та екзамен відбуваються в очному режимі, то оцінка за екзамен автоматично не виставляється.
- Якщо студент виконав умови допуску до екзамену, він здає його, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$;
 - Якщо студент не виконав умови допуску до екзамену, він отримує додаткову можливість виконати ці умови (написати МКР та, за потреби, якщо набраних балів все одно недостатньо, додаткову контрольну роботу). Якщо після цього умови допуску виконані, він здає екзамен, а його остаточна рейтингова оцінка R_D розраховується за формулою: $R_D = r_C + r_E$.

Оцінка за дисципліну виставляється відповідно до значення R_D згідно з таблицею.

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль, міститься в Додатку 1.
- Зразок завдань модульних контрольних робіт міститься в Додатку 2.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри ПМА, канд. фіз.-мат. наук Лілією ВОВК

Ухвалено кафедрою ПМА (протокол № 13 від 16.06.2022)

Погоджено Методичною комісією факультету (протокол № 9 від 24.06.2022)

Перелік теоретичних питань до іспиту з математичної статистики

1. Генеральна та вибірка сукупності. Види вибірки.
2. Методи статистичного відбору.
3. Варіаційний ряд. Статистичний розподіл.
4. Емпірична функція розподілу.
5. Графічне представлення статистичного розподілу.
6. Генеральна і вибірка середня. Властивості. Групова та загальна середні.
7. Генеральна і вибірка дисперсія. Властивості. Групова, внутрішньогрупова та міжгрупова дисперсія. Незміщена оцінка генеральної дисперсії.
8. Статистичні оцінки параметрів розподілу. Їх властивості.
9. Метод моментів отримання оцінок.
10. Метод максимальної правдоподібності отримання оцінок.
11. Метод найменших квадратів отримання оцінок.
12. Довірчі інтервали та довірча ймовірність.
13. Довірчі інтервали для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомій дисперсії.
14. Довірчі інтервали для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при невідомій дисперсії.
15. Довірчі інтервали для оцінки генеральної дисперсії нормального розподілу. Оцінка точності вимірювань.
16. Оцінювання (точкове та інтервальне) ймовірності біноміального розподілу за відомою частотою.
17. Поняття статистичної гіпотези та статистичного критерію. Види гіпотез. Види помилок. Значущість та потужність критерію.
18. Порівняння двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей.
19. Порівняння виправленої вибіркової дисперсії з гіпотетичною генеральною дисперсією нормальної сукупності.
20. Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей, дисперсії яких відомі (незалежні вибірки).
21. Порівняння двох середніх довільно розподілених генеральних сукупностей (великі незалежні вибірки).
22. Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей, дисперсії яких невідомі й однакові (малі незалежні вибірки).
23. Порівняння вибіркової середньої з гіпотетичною генеральною середньою нормальної сукупності.
24. Порівняння двох середніх нормальних генеральних сукупностей з невідомими дисперсіями (залежні вибірки).
25. Порівняння спостережуваної відносної частоти з гіпотетичною ймовірністю появи події.
26. Порівняння двох ймовірностей біноміальних розподілів.
27. Критерій згоди Колмогорова.
28. Критерій згоди χ^2 Пірсона.
29. Критерій однорідності Колмогорова-Смірнова.
30. Рангові критерії однорідності. Критерій Вілкоксона.
31. Однофакторний дисперсійний аналіз.
32. Функціональна, статистична та кореляційна залежності.
33. Побудова рівнянь лінійної парної регресії методом найменших квадратів.
34. Оцінка тісноти кореляційної залежності. Коефіцієнт кореляції та його властивості.
35. Основні положення кореляційного аналізу. Двомірна модель.
36. Перевірка значущості коефіцієнта кореляції.

37. Кореляційне відношення та індекс кореляції.
38. Багатомірний кореляційний аналіз. Множинний і частковий коефіцієнт кореляції.
39. Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена та перевірка його значущості.
40. Коефіцієнт рангової кореляції Кендалла та перевірка його значущості.
41. Коефіцієнт конкордації рангів Кендалла та перевірка його значущості.
42. Основні положення парного регресійного аналізу.
43. Довірчі інтервали для функції регресії та індивідуальних значень залежної змінної.
44. Перевірка значущості рівняння регресії.
45. Інтервальна оцінка коефіцієнта регресії та дисперсії збурень.
46. Множинний регресійний аналіз.
47. Мультиколінеарність. Методи її виявлення та усунення.

Зразки завдань модульної контрольної роботи

1 (2 бали). Задано груповану вибірку. Побудувати графік емпіричної функції розподілу та гістограму частот.

2 (2 бали). Для вибірки з задачі 1 знайти методом умовних варіант вибіркоче середнє та виправлену вибіркочу дисперсію.

3 (2 бали). Для вибірки з задачі 1 при рівні значущості 0,05 перевірити

1) нульову гіпотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 36$ проти альтернативної $H_1: \sigma^2 > 36$.

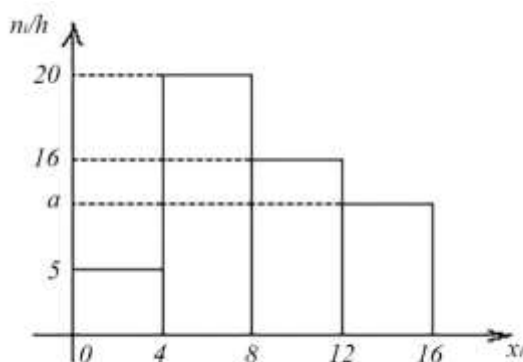
2) нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 20$ проти альтернативної $H_1: a \neq 20$.

Вибірку вважати витягнутою з нормальної генеральної сукупності.

Тест (4 бали)

1. Відповідність між спостережуваними варіантами та їх частотами – це...

2. За вибіркою об'ємом $n = 200$ побудовано гістограму частот. Чому дорівнює значення a ?



3. Нехай x_1, x_2, \dots, x_{15} – варіаційний ряд, побудований за деякою вибіркою. Відомо, що $x_1 = 10$, $x_{15} = 14$. Вибіркове середнє не може дорівнювати...

4. Обрати неправильне твердження

A. Принцип практичної впевненості полягає в наступному: якщо ймовірність події A в даному випробуванні дуже маленька, то при одноразовому випробуванні можна поводитися так, як ніби подія A неможлива.

B. Статистичною гіпотезою називається будь-яке припущення щодо вигляду або параметрів деякого закону розподілу.

C. Ймовірність не припуститися помилки II роду називається потужністю критерію.

D. Принцип практичної впевненості підлягає математичному доведенню.