



ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній та весняний</i>
Обсяг дисципліни	<i>8 кредитів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>КМ1 - екзамен/МКР; КМ2 - екзамен/МКР</i>
Розклад занять	<i>лекція – 1 раз на тиждень, практичні – 1 раз на тиждень (КМ1 та КМ2)</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: Темнікова Олена Леонідівна, temnikova_elen@ukr.net Практичні: Темнікова Олена Леонідівна, temnikova_elen@ukr.net</i>
Розміщення курсу	<i>Посилання на дистанційний ресурс https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019EJ93DPY</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Дискретна математика» має широкий спектр додатків в областях, пов'язаних з інформаційними технологіями. Вона є базовим курсом при підготовці фахівців з інформаційних технологій та алгоритмізації і штучного інтелекту.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «113 Прикладна математика», формування світогляду на дискретну математику, як на фундаментальну науку, формування у студентів здатностей моделювати процеси за допомогою дискретних математичних структур; визначати властивості дискретних математичних об'єктів; будувати нові дискретні математичні об'єкти.

Предметом вивчення дисципліни є дискретні об'єкти та структури, такі як: множини, відношення, графи, решітки; булеві функції та моделі пропозиціональної логіки, аксіоматичні теорії; абстрактні автомати та мережі Петрі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти після засвоєння кредитного модуля «Дискретна математика 1» мають продемонструвати такі результати навчання: компетентності

- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів;
- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;
- моделювати процеси за допомогою дискретних математичних структур;

ЗНАННЯ:

- теорії множин, відношень, відображень;
- основних понять теорії графів;
- систему аксіом Цермело-Френкеля та континуум гіпотезу;

УМІННЯ:

- досліджувати дискретні об'єкти;
- досліджувати властивості відношень, відображень;
- синтезувати дискретні математичні структури;
- застосовувати методи теорії графів для моделювання об'єктів та процесів;

НАВИЧКИ:

- моделювання об'єктів за допомогою дискретних структур;
- визначення властивостей дискретних структур та їх аналізу;
- алгебраїчних перетворень виразів алгебри множин;

ДОСВІД:

- застосування операцій над множинами;
- визначення видів відображень;
- визначення потужності множин;
- побудови діаграм Хассе;
- визначення основних характеристик графів.

Після засвоєння кредитного модуля «Дискретна математика 2» студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

КОМПЕТЕНТНОСТІ

- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів;
- демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;
- моделювання знань за допомогою аксіоматичних теорій;

ЗНАННЯ:

- основних понять булевої алгебри;
- принципів дії абстрактних автоматів та мереж Петрі;
- математичних методів дискретного аналізу в прикладних науках і розв'язанні практичних задач;

УМІННЯ:

- досліджувати системи булевих функцій на повноту, замкнутість, несуперечність, знаходити досконали і мінімальні стандартні форми;
- синтезувати та аналізувати моделі, побудовані на базі абстрактних автоматів та мереж Петрі;

НАВИЧКИ:

- моделювання функцій за допомогою булевих функцій, автоматів, мереж Петрі;
- визначення властивостей дискретних структур та їх аналізу;
- алгебраїчних перетворень виразів булевої алгебри та її моделі – алгебри висловлювань;

ДОСВІД:

- розв'язання практичних задач булевої алгебри, алгебри висловлювань;
- доведення теорем в аксіоматичних теоріях;
- аналізу абстрактних автоматів та мереж Петрі.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Дискретна математика» вивчається на 1 курсі в осінньому та весняному семестрі та забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Автоматизоване тестування програмного забезпечення

- Алгоритми і системи комп'ютерної математики-1. Математичні алгоритми
- Алгоритми і структури даних
- Алгоритмічні основи обчислювальної геометрії та комп'ютерної графіки
- Бази даних та інформаційні системи
- Забезпечення якості ПЗ
- Криптографічні методи захисту інформації
- Математична логіка та теорія алгоритмів
- Математичне моделювання
- Математичні основи комп'ютерної графіки та мультимедіа
- Методи оптимізації
- Програмне забезпечення та інструментальні засоби мультимедіа;

та дисциплін навчального плану підготовки магістрів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Інтелектуальний аналіз даних
- Машинне навчання
- Математичні моделі підтримки прийняття рішень.

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль 1. ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА-1. ТЕОРІЯ МНОЖИН

РОЗДІЛ 1. МОВА МАТЕМАТИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ. ТЕОРІЯ МНОЖИН, ВІДНО-ШЕНЬ І ВІДОБРАЖЕНЬ.

Тема 1.1. Мова математичних тверджень. Теорія множин.

Тема 1.2. Теорія відношень.

Тема 1.3. Відображення і функції.

Тема 1.4. Потужність множин. Кардинальна арифметика.

РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ РЕШІТОК.

Тема 2.1. Відношення порядку.

Тема 2.2. Решітки та їх властивості.

Тема 2.3. Будова і теорія представлення.

РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ ГРАФІВ.

Тема 3.1. Основні поняття теорії графів і їх властивостей.

Тема 3.2. Матричні методи дослідження графів.

Кредитний модуль 2. ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА-2. КОМБІНАТОРИКА

РОЗДІЛ 1. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. АЛГЕБРА БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.

Тема 1.1. Елементи комбінаторики. Абстрактна алгебра Буля.

Тема 1.2. Дослідження та перетворення систем булевих функцій.

РОЗДІЛ 2. ЗМІСТОВНІ ТА АБСТРАКТНІ ТЕОРІЇ.

Тема 2.1. Алгебра висловлювань як модель булевої алгебри.

Тема 2.2. Зчислення висловлювань.

РОЗДІЛ 3. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АВТОМАТІВ.

Тема 3.1. Абстрактні автомати.

Тема 3.2. Мережі Петрі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Темнікова О.Л. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л.Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,97 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 154 с.

2. Темнікова О.Л. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 2) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л.Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,84 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 128 с.

3. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Е. *Дискретна математика*. – К.: Вища школа. 2002. – 287с.
4. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. *Дискретна математика*. – К.: Видавнича група ВНУ. 2007.- 368 с.
5. Темнікова О.Л. *Дискретна математика: практикум з дисципліни «Дискретна математика» для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика» [Електронне видання]* – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 88 с.

Допоміжна література

1. Birkhoff Garrett *Lattice theory*, American Mathematical Society Colloquium Publications. – 1979.
2. Kleene, Stephen Cole *Introduction to Metamathematics*. New York: Van Nostrand. – 1952.
3. Kleene, Stephen Cole *Mathematical Logic*. John Wiley & Sons. Dover reprint. –1967.

Матеріали курсу представлені в <https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019EJ93DPY>, <http://login.kpi.ua>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Кредитний модуль «Дискретна математика 1»

Лекційні заняття

- 1 **РОЗДІЛ 1. МОВА МАТЕМАТИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ. ТЕОРІЯ МНОЖИН, ВІДНОШЕНЬ І ВІДОБРАЖЕНЬ.**
ТЕМА 1.1. МОВА МАТЕМАТИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ. ТЕОРІЯ МНОЖИН.
*Мова математичних тверджень. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами. Діаграми Венна.
Канторовське визначення множин. Принцип об'ємності, принцип абстракції.
Поняття включення множин. Поняття приналежності. Операції об'єднання, перетину, добутку, доповнення та зображення їх за допомогою діаграм Венна.*
- 2 *Аксиоматичні теорії. Алгебра множин. Аксиоми та теореми алгебри множин.
Поняття алгебри. Доказ теорем алгебри множин.*
- 3 ТЕМА 1.2. ТЕОРІЯ ВІДНОШЕНЬ.
*Декартовий добуток множин. Поняття про відношення. Операції. Властивості відношень.
Властивості декартового добутку множин. Способи завдання відношень.
Операції над відношенням та дослідження їх за способом завдання відношення.
Визначення рефлексивних, анті рефлексивних, симетричних, антисиметричних, асиметричних та транзитивних відношень.*
- 4 *Відношення відповідності. Класи відповідності. Фактор–множина.
Визначення відношення відповідності, зображення графа, дослідження та побудова класів відповідності та фактор-множини.*
- 5 ТЕМА 1.3. ВІДОБРАЖЕННЯ І ФУНКЦІЇ.
*Відповідності, відображення, функції. Ін'єкція, сюр'єкція, бієкція. Алгебра відображень. Композиція відображень.
Властивості відповідностей, відображень. Поняття про ін'єкцію, сюр'єкцію, бієкцію. Визначення функціональних відображень та їх різновиди. Теорема про існування зворотної функції. Теорема о композиції відображень. Властивості композиції. Алгебра відображень.*

- 6 ТЕМА 1.4. ПОТУЖНІСТЬ МНОЖИН. КАРДИНАЛЬНА АРИФМЕТИКА.
Потужність нескінчених множин. Теорема Бернштейна.
Визначення потужності. Кардинальні числа. Теорема Бернштейна. Основні поняття та теореми кардинальної арифметики.
- 7 Злічені множини. Потужність континуума.
Основні теореми про злічені множини. Теорема Кантора. Потужність континуума. Основні теореми про незлічені множини.
- 8 Система аксіом Цермело–Френкеля.
Парадокси теорії множин. Система аксіом Цермело–Френкеля.
- 9 РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ РЕШІТОК.
ТЕМА 2.1. ВІДНОШЕННЯ ПОРЯДКУ.
Властивості відношення порядку. Градуйовані множини. Діаграми Хасе.
Основні поняття та теореми упорядкованих множин: найменший та найбільший елементи, мінімальний та максимальний елементи. Умови Жордана–Дедекінда. Діаграми Хасе.
- 10 Відображення впорядкованих множин.
Визначення ізотоних, антитоних відображень, ізоморфізму та дуального ізоморфізму.
- 11 ТЕМА 2.2. РЕШІТКИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.
Визначення решітки. Решітки як алгебри.
Алгебраїчне представлення решіток. Напіврешітки. Основні визначення решітки. Аксіоми решітки.
- 12 Властивості решіток. Булеві решітки.
Властивості дистрибутивності, модулярності, поняття доповнення. Решітки з доповненням, з відносним доповненням. Булеві решітки.
- 13 Гомоморфізми решіток. Поняття про ідеал.
Різновиди гомоморфізму відображення решіток. Ідеал та дуальний ідеал.
Примарні ідеали, фільтри.
- 14 ТЕМА 2.3. БУДОВА І ТЕОРІЯ ПРЕДСТАВЛЕННЯ.
Функціональні відображення множин в решітці (ступінь множини).
Операції над впорядкованими множинами. Кардинальна ступінь множин.
- 15 РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ ГРАФІВ.
ТЕМА 3.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ І ЇХ ВЛАСТИВОСТЕЙ.
Графи орієнтовані і неорієнтовані. Орграфи. Зв'язність орграфів.
Подання графів. Основні визначення. Типи зв'язності. Вершинна база. Процедура Кеніга.
- 16 Неорієнтовані графи. Плоскі графи. Ейлерові графи. Теорема Куратовського.
Шляхи та цикли у неорієнтованих графах. Теорема Ейлера. Плоскі та планарні графи. Нерівність Ейлера. Теорема Понтрягина-Куратовського щодо планарності графів.
- 17 Ациклічні графи. Топологічне сортування. Дерева.
- 18 ТЕМА 3.2 МАТРИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІВ.
Матриця суміжності, інциденцій, досяжності, відстаней. Визначення типа зв'язності орграфа матричними методами.
Побудова матриць суміжності, інциденцій, досяжності, відстаней. Визначення типа зв'язності орграфа матричними методами за допомогою матриць досяжності та суміжності.

Практичні заняття

Основна мета практичних занять — закріпити отримані на лекції основні положення по кожному з розділів, розширити ці знання за рахунок вирішення реальних задач та набути досвід

з практичного використання положень дискретного аналізу та математичного моделювання. На початку кожного практичного заняття проводиться коротке опитування та тестування з метою перевірки освоєння лекційного матеріалу з відповідної теми, перевіряється і аналізується домашнє завдання.

Треба відпрацювати такі теми:

1. Тема 1.1 Мова математичних тверджень. теорія множин. Теоретико–множинні операції, діаграми Венна.
Література: 5, розділ 1
2. Доведення теорем алгебри множин.
Література: 5, розділ 1
3. Тема 1.2 Теорія відношень. Декартовий добуток. Подання відношень.
Література: 5, розділ 2
4. Дослідження властивостей відношень. Визначення типів відношень.
Література: 5, розділ 2
5. Відношення еквівалентності. Фактор–множина.
Література: 5, розділ 2
6. Тема 1.3. Відображення та функції. Дослідження властивостей відображень та функцій.
Література: 5, розділ 3
7. Дослідження композицій відображень.
Література: 5, розділ 3
8. Тема 1.4. Потужність множин. кардинальна арифметика. Дослідження потужності нескінчених множин: зліченість, континуальність.
Література: 5, розділ 1
9. Тема 2.1. Відношення порядку. Дослідження властивостей упорядкованих множин.
Література: 5, розділ 4
10. Побудова діаграм Хассе.
Література: 5, розділ 4
11. Тема 2.2. Решітки і їх властивості. Дослідження решіток: нерівності модулярності, дистрибутивності, наявність доповнень, об'єднання елементів, перетин.
Література: 5, розділ 5
12. Дослідження властивостей решіток : модулярність, дистрибутивність, булеві решітки, побудова підрешіток.
Література: 5, розділ 5
13. Дослідження морфізмів.
Література: 5, розділ 5
14. Побудова ідеалів.
Література: 5, розділ 5
15. Тема 2.3. Будова та теорія представлень. Побудова функціональних відображень множин і решіток.
Література: 5, розділ 5
16. Тема 3.1. Основні поняття теорії графів і їх властивості. Представлення графів. Дослідження зв'язності графів.
Література: 5, розділ 6
17. Дослідження планарності графів, збалансованості дерев.
Література: 5, розділ 6

18. *Тема 3.2 Матричні методи дослідження графів.
Знаходження відстаней в графах, дослідження зв'язності матричними методами: знаходження сильних компонент і вершинних баз.
Література: 5, розділ 6*

Кредитний модуль «Дискретна математика 2»

Лекційні заняття

- 1 *РОЗДІЛ 1. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. АЛГЕБРА БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.
ТЕМА 1.1 ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. АБСТРАКТНА АЛГЕБРА БУЛЯ.
Елементи комбінаторики.*
- 2 *Аксіоми та теореми булевої алгебри.
Булеві функції та формули. Побудова таблиць істинності. Відповідні перетворення.*
- 3 *Досконалі форми: ДДНФ, ДКНФ.
Побудова ДДНФ, ДКНФ.*
- 4 *ТЕМА 1.2 ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ СИСТЕМ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.
Властивості булевих функцій.
Властивості: збереження нуля та одиниці, монотонність, самоподвійність.*
- 5 *Алгебра Жегалкіна.
Визначення алгебри Жегалкіна поліном Жегалкіна, лінійність булевих функцій.*
- 6 *Функціональна замкненість класів булевих функцій. Функціональна повнота.
Теореми о функціональній замкненості класів булевих функцій. Необхідна та достатня умова функціональній повноті системи булевих функцій.*
- 7 *Теорема Поста.*
- 8 *Скорочені та мінімальні диз'юнктивні форми.
Визначення скорочених та мінімальних ДФ. Методи Квайна та Блейка для отримання МДФ.*
- 9 *Діаграми Вейча.
Діаграми Вейча для отримання МДФ.*
- 10 *РОЗДІЛ 2. ЗМІСТОВНІ ТА АБСТРАКТНІ ТЕОРІЇ.
ТЕМА 2.1 АЛГЕБРА ВИСЛОВЛЮВАНЬ ЯК МОДЕЛЬ БУЛЕВОЇ АЛГЕБРИ.
Основні визначення алгебри висловлювань. Алгебра висловлювань як модель булевої алгебри.
Основні визначення. Формули. Тавтології. Відповідні перетворення.*
- 11 *Логічний висновок.
Метатеореми про тавтології. Формалізація та розв'язанні логічних задач.*
- 12 *ТЕМА 2.2 ЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЮВАНЬ.
Визначення формальної теорії. Формальна теорія L.
Визначення формальної теорії. Поняття достовірного висновку. Формальна теорія L. Доведення та висновок.*
- 13 *Метатеорема про дедукцію. Обернена метатеорема.
Метатеорема та обернена метатеорема. Доведення основних теорем теорії L.
Наслідки.*

- 14 *Похідні правила виводу. Властивості числення. Модель теорії L.
Похідні правила виводу. Властивості числення висловлювань: повнота,
несуперечність, незалежність систем аксіом. Теорема адекватності. Металема
адекватності. Повнота відносної алгебри висловлювань.*
- 15 *РОЗДІЛ 3. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АВТОМАТІВ.
ТЕМА 3.1. АБСТРАКТНІ АВТОМАТИ.
Основні поняття кінцевих автоматів.*
- 16 *Автомати Мілі і Мура.*
- 17 *ТЕМА 3.2. МЕРЕЖІ ПЕТРІ.
Мережі Петрі. Виконання мереж Петрі.*
- 18 *Моделювання процесів мережами Петрі. Матричний аналіз.*

Практичні заняття

Основна мета практичних занять — закріпити отримані на лекції основні положення по кожному з розділів, розширити ці знання за рахунок вирішення реальних задач та набути досвід з практичного використання положень дискретного аналізу та математичного моделювання. Для цього треба відпрацювати такі теми:

- 1 *Тема 1.1 Елементи комбінаторики. Абстрактна алгебра Буля.
Побудова таблиць істинності.
Література: 5, розділ 7*
- 2 *Дослідження булевих формул і функцій.
Література: 5, розділ 7*
- 3 *Побудова ДДНФ, ДКНФ.
Література: 5, розділ 7*
- 4 *Побудова полінома Жегалкіна.
Література: 5, розділ 7*
- 5 *Тема 1.2 Дослідження та перетворення систем булевих функцій.
Дослідження булевих функцій.
Література: 5, розділ 7*
- 6 *Дослідження повноти систем булевих функцій.
Література: 5, розділ 7*
- 7 *Мінімізація булевих функцій – метод Квайна та його модифікація.
Література: 5, розділ 7*
- 8 *Мінімізація булевих функцій – діаграми Вейча, карти Карно.
Література: 5, розділ 7*
- 9 *Тема 2.1 Алгебра висловлювань як модель булевої алгебри.
Дослідження формул логіки висловлювань.
Література: 5, розділ 8*
- 10 *Дослідження тавтологій логіки висловлювань.
Література: 5, розділ 8*
- 11 *Доведення в формальній теорії L.
Література: 5, розділ 9*
- 12 *Побудова виводів в формальній теорії L.
Література: 5, розділ 9*
- 13 *Тема 2.2. Числення висловлювань.
Застосування теореми про дедукцію.
Література: 5, розділ 9*
- 14 *Доведення і застосування похідних правил виводу.
Література: 5, розділ 9*
- 15 *Тема 3.1. Абстрактні автомати. Побудова найпростіших кінцевих автоматів.
Література: 5, розділ 9*
- 16 *Синтез та аналіз автоматів.*

Література: 5, розділ 9

17 *Тема 3.2. Мережі Петрі. Побудова мереж Петрі. Аналіз мереж Петрі. Дерева досяжності.*

Література: 5, розділ 9

18 *Матричні методи аналізу мереж Петрі.*

Література: 5, розділ 9

На початку кожного практичного заняття проводиться коротке опитування та тестування з метою перевірки засвоєння лекційного матеріалу з відповідної теми, перевіряється і аналізується домашнє завдання.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться:

- підготовка до аудиторних занять – систематично до 2 годин на заняття з урахуванням повторення лекційного матеріалу;*
- підготовка до контрольної роботи – до 5 годин самостійної роботи;*
- підготовка до екзамену – до 10 годин самостійної роботи;*
- самостійно ознайомитися з темами: розв'язання рівнянь алгебри множин; аксіома детермінованості; розфарбування графів; алгоритми найкоротшого шляху Флойда та Дейкстри – до 10 годин СРС (кредитний модуль 1);*
- самостійно ознайомитися з темами: числа Стирлінга, числа Белла; рівняння булевих функцій; метод Маккласкі для отримання МДФ булевих функцій; доведення теорем в теоріях L1 та L2 – до 10 годин СРС (кредитний модуль 2) .*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- систематичне відвідування занять (як лекцій, і особливе практичних);*
- на практичних заняттях активність і дострокове самостійне виконання завдань відмічається заохочувальними балами;*
- за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати від 0,1 до 0,25 балів. Не більше ніж 5 бали за семестр. Заохочувальні бали також надаються за участь у відповідних олімпіадах, конкурсах тощо – до 5 балів.;*
- штрафні бали передбачено за списування на контрольних заходах, систематичне невиконання домашнього завдання, неготовність до практичного заняття (результат тестового опитування), пропуск МКР без поважної причини – 1-2 бали за раз, не більше 5 за семестр;*
- пропущені контрольні роботи обов'язково повинні бути виконані до екзамену; перескладання (переписування) МКР не передбачено; у випадку недостатньої кількості балів, що набрані за семестр, для допуску до екзамену, дається декілька завдань, для досягнення допуску;*
- за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали, за списування на екзамені або дається інший білет без додавання додаткового часу і з штрафними -5 балами або студент усувається із аудиторії.*

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, МКР.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: екзамен

Умови допуску до семестрового контролю: виконання всіх частин МКР/ семестровий рейтинг не менше ніж 25 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на семестровий контроль;
- екзамен проходить у письмовій формі по індивідуальних білетах; завдання в білетах різні, не повторюються, розраховані на час проведення екзамену й загалом однакові по складності;
- кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі; задачі закріплені за номерами білетів;
- кожне теоретичне питання оцінюється у 15 балів, а практичне – 10 балів;
- за умови дистанційного семестрового контролю екзаменаційний білет буде складатися з одного теоретичного запитання на 20 балів та трьох практичних завдань, що оцінюються по 10 балів кожне (у режимі письмової контрольної); теоретичне опитування буде проходити в режимі конференції.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Темнікова Олена Леонідівна

Ухвалено кафедрою __ПМА__ (протокол № _13_ від _____16.06.2022_____)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 9 від _24.06.2022_____)

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

ДОДАТОК ДО СИЛАБУСУ

– перелік питань та види практичних задач, які виносяться на екзамен

Кредитний модуль «Дискретна математика 1»

Теоретичні питання:

1. Канторовське визначення множини. Приклади множин. Поняття приналежності елемента множині. Інтуїтивний принцип об'ємності.
2. Способи завдання множин. Поняття предиката і висловлювання. Інтуїтивний принцип абстракції
3. Поняття включення множини в множину (строге і нестроге). Пуста і універсальна множина. Множина-ступінь
4. Операції над множинами. Розбиття множин. Діаграми Венна.
5. Алгебра множин. Аксиоми і теореми теорії множин. Доказ основних теорем.
6. Декартовий добуток множин. Властивості декартового добутку.
7. Поняття бінарного відношення. Область визначення і область визначення відношень. N -арні відношення. Навести приклади.
8. Способи завдання відношення: предикати, матриці, графи, графіки.
9. Операції над відношеннями. Перетин, об'єднання, добуток, доповнення відношення. Зворотні відношення. Транзитивне замикання відношень.
10. Властивості відношень на множині X : рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, асиметричність, антисиметричність, транзитивність. Якими властивостями володіють відношення включення множин (строге, нестроге), відношення рівнопотужності, відношення покриття, відношення суміжності і досяжності для орієнтованих і неорієнтованих графів?
11. Відношення еквівалентності, рівності. Класи відрахувань за модулем n .
12. Розбиття множин. Класи еквівалентності. Фактор-множина. Теорема про класи еквівалентності і розбитті множини.
13. Відповідності і відображення. Види відображень. Визначення функції. Часткові функції. Види функціональних відображень.
14. Композиція відображень. Властивості композиції відображень. Довести асоціативність композиції відображень.
15. Теореми про властивості композиції відображень (навести таблицю) Довести, що композиція ін'єкції і сюр'єкції є відображення загального вигляду.
16. Зворотне відображення. Довести теорему про існування зворотного відображення.
17. Заміна змінної та заміна функції.
18. Відношення порядку. Властивості. Типи порядків. Строгий порядок. Частковий порядок. Лінійний порядок.
19. Відношення порядку. Найменший (найбільший) елемент, мінімальні (максимальні) елемент. Універсальні верхня і нижня грані v -множини. Визначення інтервалу.
20. Відношення покриття. Його властивості. Діаграми Хассе.
21. Визначення верхньої (нижньої) грані елементів v -множини. Визначення точної верхньої (нижньої) грані двох елементів v -множини. Визначення решітки.
22. Ізотоні і антітоні відображення v -множин. Ізоморфізм і двоїстість v -множин. Самодвоїсті множини.
23. Відношення квазіпорядку (предпорядку). Довести лему про впорядкування квазівпорядкованої множини.
24. Дослідити властивості бінарного відношення, визначеного на заданій множині X . Побудувати матрицю і граф відношення. Визначити, чи є відношення відношенням еквівалентності або порядку. Для відношення еквівалентності знайти фактор-множину. Для впорядкованої множини визначити тип порядку, побудувати діаграму Хассе (практичне завдання).

25. Визначення решітки, підрешітки, напіврешітки. Опуклі підрешітки. Визначення замкнутого інтервалу.
26. Поняття про алгебри і алгебраїчні системи. Решітки як алгебри. Система аксіом, що визначає решітки. Довести теорему про те, що будь-яка решітка є алгеброю і навпаки.
27. Властивості решіток: дистрибутивність, модулярних. Показати, що ланцюга і дистрибутивні трійки є дистрибутивними і модулярними. Довести немодулярність решітки N_5 , модулярних і недистрибутивність M_3 .
28. Доповнення елементів в решітках. Решітки з доповненнями, з відносними доповненнями. Булеві решітки. Аксіоми булевої решітки. Теорема про єдиність доповнення в дистрибутивній решітці. Теорема про відносні доповнення в модулярних решітках.
29. Відображення решіток. Гомоморфізм решіток. Гомоморфізм ланцюгів. Види гомоморфізмів. Перевірити, чи є задане відображення решіток гомоморфізмом (на прикладі).
30. Поняття ідеалу і двоїстого ідеалу. Примарний ідеал. Двоїстий примарний ідеал (фільтр). Властивості примарних ідеалів.
31. Кардинальна ступінь множин. Знайти ступінь A^B , де $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$.
32. Основні поняття для неорієнтованих графів. Матриця суміжності. Матриця інцидентності. Визначення степенів вершин.
33. Частина графа. Підграф. Повний граф. Порожній граф. Зірка вершини графа. Кліка. Максимальні і мінімальні підграфи.
34. Шляхи і зв'язність в неорієнтованих графах - основні визначення.
35. Точки зчленування в неорієнтованих графах. Діаметр, радіус, центри і периферії графа.
36. Ейлеров обхід графа. Теорема Ейлера. Гамільтонів цикл.
37. Визначення орієнтованого графа. Частина орграфа. Підграф. Напівзірки заходу і витоку вершин орграфу.
38. Основні поняття для орієнтованих графів. Матриці суміжності, інцидентності. Півстепені вершин. Визначення півстепенів за матрицями суміжності і інцидентції.
39. Графи і бінарні відношення. Ізоморфізм графів. Мультиграф. Дводольні графи.
40. Шлях, напівшлях, цикл в орграфі. Досяжність в орграфі. Типи зв'язності орграфів.
41. Знаходження шляхів і циклів заданої довжини в орграфі. Побудова матриці відстаней.
42. Критерії зв'язності орграфів.
43. Дослідження зв'язності орграфів за допомогою матриці досяжності.
44. Поняття вершинної бази, компоненти сильної зв'язності, конденсації орграфів. Процедура Кеніга знаходження вершинної бази орграфів.
45. Використання матриці досяжності для знаходження сильних компонент орграфа.
46. Ацикличні графи. Топологічне сортування.
47. Дерева. Орієнтовані дерева. Збалансовані дерева. Навести приклади збалансованого і незбалансованого дерева.
48. Планарні і плоскі графи. Дослідження планарності графів (основні теореми). Формула Ейлера. Нерівність Ейлера. Непланарні графи.
49. Гомеоморфізм графів. Теорема Понтрягіна-Куратовського.
50. Розфарбування графів. Хроматичне число. Розфарбування дводольних графів, дерев, плоских графів. Теорема про 2-х кольорові графи, теорема Кеніга про цикли в дводольних графах. Гіпотеза 4-х фарб.
51. Відношення рівнопотужності множин. Його властивості. Потужність множин. Кардинальні числа.
52. Потужність кінцевої множини. Знайти потужність об'єднання трьох кінцевих множин. Кардинальне число.
53. Визначення кардинального числа. Теорема Кантора-Бернштейна (Цермело). Наслідки.
54. Зліченна множина. Основні теореми про зліченні множини. Теорема про найменше трансфінітне число.

55. Кардинальна арифметика. Сума, добуток, степінь кардинальних чисел. Властивості кардинальних операцій.
56. Основні співвідношення кардинальної арифметики. Доведення співвідношень: $a+b = \max\{a, b\}$, $ab = \max\{a, b\}$.
57. Теорема (Кантора) про потужність множини всіх підмножин нескінченної множини. Доведення.
58. Теорема про потужність множини всіх нескінченних послідовностей натуральних чисел.
59. Потужність континууму. Довести незліченність множин дійсних чисел з інтервалу $(0,1)$.
60. Довести основні теореми про властивості континуума.
61. Континуум-гіпотеза. Узагальнена континуум-гіпотеза. Парадокси Кантора і Рассела.
62. Подолання парадоксів теорії множин. Система аксіом Цермело-Френкеля. Аксіоми вибору і детермінованості.

Види практичних завдань:

Множини. Алгебра множин.

Довести в змістовній теорії множин:

Спростити вираз:

Перевірити тотожність (алгебраїчно):

Відношення. Властивості. Відношення еквівалентності та порядку, квазіпорядку.

Дослідити властивості бінарного відношення, визначеного на заданій множині X .

Визначити, чи є відношення відношенням еквівалентності або порядку.

Відображення.

Для заданого відображення, знайти область визначення й область значень, дослідити, чи є воно функціональним, повністю визначеним або частковим, чи є воно ін'єктивним, сюр'єктивним або бієктивним:

Побудувати композицію відображень $g \circ f$; перевірити, чи є вона ін'єктивною, сюр'єктивною або бієктивною

Решітки.

Для заданої решітки визначити, чи є вона модулярною, дистрибутивною, з доповненнями (скласти таблицю доповнень), з відносними доповненнями, булевою.

Для решітки побудувати всі ідеали та двоїсті до них, відмітити примарні ідеали.

Відображення впорядкованих множин, решіток.

На множинах A і B задані відношення порядку, відповідно й задане відображення. Для обох впорядкованих множин A і B побудувати діаграми Хассе й відображення f . Визначити чи є воно ізотоним, ізоморфізмом, антитоним.

Для даного відображення перевірити, чи є воно гомоморфізмом. Визначити тип морфізму.

Графи.

Для графа G знайти матрицю відстаней, діаметр графа, радіус графа, центри графа, ейлеров обхід, гамільтонів цикл.

Для графа G знайти матрицю суміжності, матрицю інциденцій; визначити степені вершин графу:

Орграфи.

Для заданого орграфа D знайти: матрицю суміжності $A(D)$; матрицю досяжності $R(D)$; матрицю відстаней (d_{ij}) ; матрицю інциденцій $I(D)$.

Для заданого орграфа D знайти: сильні компоненти орграфу D ; конденсацію графа D^* , вершинну базу V^* ; вершинну базу орграфу D ; степінь зв'язаності

Кредитний модуль «Дискретна математика 2»

Теоретичні питання:

1. Булева алгебра: булева змінна, булева функція, поняття набору. Функції від однієї і двох змінних, їх кількість. Визначення булевої алгебри. Аксиоми булевої алгебри. Основні теореми булевої алгебри.
2. Поняття булевої формули, пріоритети операцій. Еквівалентні перетворення формул в булевій алгебрі. Записати основні еквівалентності булевої алгебри. Приведення до ДНФ та до ДДНФ за допомогою еквівалентних перетворень.
3. Визначення диз'юнктивів, кон'юнктивів, конституенти 1, конституенти 0. Визначення ДНФ, КНФ, ДДНФ, ДКНФ. Як записати ДДНФ і ДКНФ для функції.
4. Монотонність булевих функцій. Доказ теореми про функціональну замкненість класу монотонних функцій. Як перевірити, чи є булева монотонною.
5. Двоїсті функції. Самодвоїсті функції. Доказ теореми про функціональну замкненість класу самодвоїстих функцій. Перевірити, чи є функція самодвоїстою – алгебраїчно та за таблицею істинності.
6. Булеві функції, що зберігають 0. Довести теорему про функціональну замкненість класу функцій, що зберігають 0. Перевірити, чи зберігає 0 булева функція.
7. Булеві функції, що зберігають 1. Довести теорему про функціональну замкненість класу функцій, що зберігають 1. Перевірити, чи зберігає 1 булева функція.
8. Алгебра Жегалкина. Визначення полінома Жегалкина. Довести теорему про єдиність подання булевої функції канонічним поліномом Жегалкина. Визначення лінійної функції. Побудувати поліном Жегалкина для булевої функції – алгебраїчно і через ДДНФ. Доказ теореми про функціональну замкненість класу лінійних функцій.
9. Визначення функціонально повної системи операцій в булевій алгебрі. Теорема Поста (схема доведення). Перевірити функціональну повноту системи.
10. Мінімізація булевих функцій. Закони поглинання та склеювання. Поняття імпліканти булевої функції. Скорочена, тупикова і мінімальна ДНФ. Вартість покриття.
11. Мінімізація булевих функцій. Метод Квайна. Імплікантна матриця.
12. Мінімізація булевих функцій. Метод Квайна-Маккласкі.
13. Діаграми Вейча для функцій від 4 змінних. Визначення мінімальних ДНФ і КНФ по діаграмах Вейча.
14. Методологічні принципи формальної логіки - основні тотожності. Визначення алгебри висловлювань. Аксиоми алгебри висловлювань. Визначення логічних зв'язок.
15. Просте висловлювання. Визначення. Приклади. Складне висловлювання. Використання логічних зв'язок для формалізації складних висловлювань. Таблиці істинності основних логічних зв'язок логіки висловлювань.
16. Тавтології. Здійснені формули. Протиріччя. Способи доведення тавтології. Проблема розв'язності.
17. Визначення формули алгебри висловлювань. Інтерпретація формули алгебри висловлювань. Таблиці істинності. Визначення логічного слідування. Теореми про логічне слідування та тавтології.
18. Метатеореми про тавтології. Правило *modus ponens*. Доведення. Привести приклади застосування правила *MP*. Правила силогізму і контрапозиції. Доведення. Привести приклади застосування. Правила *MT* і правило доведення да абсурду.
19. Метатеореми про тавтології. Правило підстановки: доведення, приклади застосування. Правило еквівалентної заміни: доведення, приклади застосування.
20. Диз'юнкт. Порожній диз'юнкт. Його значення. Множина диз'юнктивів. Здійсненність та суперечливість множини диз'юнктивів. Задачі перевірки множини диз'юнктивів на несуперечливість.
21. Основна ідея методу резолюції. Правило резолюцій Робінсона. Одержання резольвент, побудова резолютивного висновку. Приклад застосування методу резолюцій для перевірки логічного слідування.
22. Визначення формальної теорії. Доведення і виведення у формальній теорії. Властивості виводимості.

23. Визначення числення висловлювань (Теорія L). Перелічити аксіоми і основні теореми теорії L .
24. Метатеорема про дедукцію. Схема доведення.
25. Наслідки з метатеорема про дедукції – правила $B1$, $B2$ та $B3$.
26. Зворотня метатеорема про дедукцію. Доведення.
27. Похідні правила виведення в численні висловлювань: правила введення і видалення зв'язок.
28. Властивості формальних теорій. Визначення. Поняття моделі формальної теорії. Адекватність моделі. Модель теорії L .
29. Теорема про повноту формальної теорії L щодо алгебри висловлювань (схема доказу).
30. Повнота теорії L . Повнота в широкому і вузькому сенсі. Доказ повноти теорії L у вузькому сенсі. Чи є теорія L повної в широкому сенсі?
31. Несуперечність схем аксіом теорії L . Незалежність схем аксіом теорії L . Розв'язність теорії L .
32. Визначення кінцевого абстрактного автомата.
33. Принцип дії автомата.
34. Задачі синтезу та аналізу автоматів.
35. Способи завдання автоматів.
36. Автомати Мілі.
37. Автомати Мура.
38. Еквівалентні автомати.
39. Перетворення автоматів Мілі в автомати Мура та навпаки.
40. Мінімальний автомат.
41. Автомат, що розпізнає.
42. Визначення мережі Петрі. Деякі типові інтерпретації переходів і позицій.
43. Формальне визначення мережі Петрі. Правила запуску переходів. Як при цьому змінюється маркування мережі.
44. Привести приклад мережі Петрі. Показати дозволені і заборонені переходи. Описати її роботу.
45. Що таке конфлікт в мережі Петрі? Показати на схемі.
46. Відображення за допомогою мереж Петрі паралельних процесів. Привести приклад схеми.
47. Відображення за допомогою мереж Петрі взаємних виключень. Критична секція. Привести приклад схеми.
48. Особливості подання блок-схеми алгоритму мережами Петрі.
49. Поведінкові властивості мереж Петрі.
50. Структурні властивості мереж Петрі.
51. Методи аналізу мереж Петрі. Перелічити. Переваги й недоліки методів.
52. Аналіз мереж Петрі за допомогою перетворень.
53. Побудова дерева досяжності мереж Петрі.
54. Матричні рівняння для аналізу мереж Петрі. Матриці входів і виходів, вектор запуску.
55. Матричні рівняння для аналізу мереж Петрі. Переваги й недоліки.
56. Матричні рівняння для аналізу мереж Петрі. Два види завдань, що вирішуються за допомогою матричних рівнянь.
57. Теорія комплектів. Основні поняття.
58. Теорія комплектів. Функція числа примірників елемента. Зв'язок з теорією множин.
59. Включення і рівність комплектів. Операції над комплектами (об'єднання, перетин, сума і віднімання).
60. Теорія комплектів. Показати, що для комплектів A і B виконуються наступні включення: перетин A і B входить в A і в об'єднання; різниця входить в суму (за визначеннями).

Види практичних завдань:

Булева алгебра

Спростити булеву формулу.

Привести булеву формулу до СДНФ за допомогою еквівалентних перетворювань.

Побудувати таблицю істинності для булевої функції, визначити ДДНФ та ДКНФ.

Розв'язати рівняння (булеві формули).

Визначити, чи є функція тавтологією методом від супротивного.

Перевірити еквівалентність формул A і B , використовуючи основні теореми й аксіоми булевої алгебри.

Дослідити систему функцій на повноту. Визначити базис.

Визначити властивості булевої функції.

Представити булеву формулу у вигляді ДДНФ, ДКНФ і канонічного полінома Жегалкіна. Дослідити властивості функції.

Знайти мінімальні ДНФ та КНФ за допомогою діаграм Вейча булевої функції.

Алгебра висловлювань

Перевірити формулу на здійсненність: Чи є вона тавтологією?

Перевірити на несуперечливість систему посилок методом резолюції.

Побудувати формальний висновок.

Перевірити логічний висновок методом резолюції.

Формальні теорії - Довести теорему в теорії L .

Теорія автоматів

Побудувати автомат, що функціонує в алфавітах $X=Y=\{\dots\}$ і реалізує заданий алгоритм.

Мережі Петрі

Маркована мережа Петрі задана матрицями. Знайти досягнене маркування при початковому маркуванні та вектору запусків.

Визначити, чи можна досягти маркування з початкового.

Побудувати дерево досяжності для зображеної мережі Петрі.

Для наведеного фрагменту блок-схеми алгоритму надати відповідну мережу Петрі.

Для зображеної мережі Петрі побудувати матриці входів D - та виходів D +.

Для комплектів A та B визначити перетин, об'єднання, $A+B$, $A-B$ та $B-A$.

Визначити потужність комплектів, Чи виконується $A=B$? Чи входить один з комплектів в інший?

Складено: старший викладач Темнікова Олена Леонідівна